

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 20.10.2026 11:41:59
Уникальный программный идентификатор:
5cf0d6f89e80f49a334f6a4ba58e91f3326b9926

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный технический университет»

Архитектурно - строительный факультет

Кафедра С К и Г Т С

Курс лекций по дисциплине
« Экспериментальные методы решения инженерных задач »
для студентов направления подготовки магистров
08.04.01 Строительство

Махачкала 2025 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Рабочая программа дисциплины	4
2. Содержание дисциплины	5
3. Тематика для самостоятельной работы студента.	6
4. Вопросы контроля текущей успеваемости	7
ЛЕКЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	9
Лекция 1. Тема: Области строительной науки, где применяются экспериментальные методы исследования	9
Лекция 2. Тема: Статистические модели обработки экспериментального массива.....	14
Лекция 3. Тема: Гистограммы и плотность распределения расчетных параметров, определяемых по экспериментальным данным	17
Лекция 4. Тема: Сложные статистические модели, применяемые для обработки экспериментального массива.....	20
Лекция 5. Тема: Современная статистическая модель системы случайных величин, которые применяются при анализе экспериментальной информации.....	23
Лекция 6. Тема: Методы оценки экспериментального массива.....	31
Лекция 7. Тема: Нормативные и расчётные значения конструкционных материалов.....	33
Лекция 8. Тема: Нормативные и расчётные нагрузки, действующие на здания и сооружения	38
Лекция 9. Тема: Модель случайной функции и её применение.....	43
Литература.....	57

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Квалификация выпускника (степень) Магистр Дисциплина Б1.В.О3
Экспериментальные методы решения инженерных задач

наименование дисциплины по ОПОП и код по ФГОС

для направления 08.04.01 «Строительство».

шифр и полное наименование направления

по программе магистерской подготовки Теория и проектирование
зданий и сооружений,

факультет архитектурно-строительный наименование факультета, где ведется дисциплина
кафедра строительных конструкций и гидротехнических сооружений

наименование кафедры, за которой закреплена дисциплина

Форма обучения ____ очная, ____ курс 2 семестр (ы) _ 3

Всего трудоемкость в зачетных единицах (часах) 3 ЗЕТ (108ч.)

Лекции 17 + (час); экзамен (семестр)

практические (семинарские) занятия; 34 _ (час); зачет 3 (семестр)

лабораторные занятия — -(час) самостоятельная работа 57 (час);

курсовой проект (работа, РГР). ____ (семестр).

Зав. Кафедрой _____ Муселемов Х.М

№ п/п	Разделы дисциплины. Темы лекции и вопросы
1	Тема 1. Области строительной науки, где применяются экспериментальные методы исследования. 1.1. Определение и накопление статистической информации о прочностных характеристиках конструкционных материалов. 1.2. Определение и накопление статистической информации о нагрузках и воздействиях на здания и сооружения. 1.3. Определение и накопление физико-механических характеристик массивов, на которых покоятся здания и сооружения. 1.4. Определение и накопление информации об ускорениях поверхности земли при землетрясениях.
2	Тема 2. Статистические модели обработки экспериментального материала (массива) 2.1. Модель случайной величины. 2.2. Модель системы случайных величин. 2.3. Модель функции случайной величины. 2.4. Примеры.
3	Тема 3. Гистограммы и плотность распределения расчетных параметров, определяемых экспериментальным данным 3.1. Построение гистограмм и плотностей распределения. 3.2. Назначение гарантий и расчетных и нормативных значений прочностных характеристик конструкционного материала. 3.3. Оценка результатов испытаний.
4	Тема 4. Сложные статистические модели применяемые для обработки экспериментального массива 4.1. Модель случайной функции одного аргумента 4.2. Модель случайных полей 4.3. Понятие о корреляционных функциях

5	Тема 5. Современная статистическая модель системы случайных величин (рядов), которые применяются при анализе экспериментальной информации 5.1. Понятие о канонических разложениях случайной функции 5.2. Практические приемы построения канонических разложений случайной Функции, с помощью которой моделируется разбросы расчетных и нормативных характеристик конструкционных материалов, нагрузок и массивов. 5.3. Примеры построения канонических разложений, с использованием экспериментальных данных
6	Тема 6. Методы оценки экспериментального массива 6.1. Применение функции Гаусса и Лапласа. 6.2. Понятие вероятности (надежности) выполнения условий прочности конструкционных материалов. 6.3. Примеры
7	Тема 7. Нормативные и расчётные значения конструкционных материалов 7.1. Назначение гарантий 7.2. Интегральное уравнения, с помощью которых определяются соответствующие параметры 7.3 .Назначение коэффициента надежности По материалам на основе обработки экспериментальных данных Тема 8. Нормативные и расчётные нагрузки, действующие на здания и сооружения.
8	Тема 8. Нормативные и расчётные нагрузки, действующие на здания и сооружения 8.1. Назначение гарантий 8.2. Интегральные уравнения определения расчетных и нормативных значений нагрузок 8.3. Назначение коэффициента надежности по нагрузкам на основе обработки накопленного экспериментальных материала нагрузках (ветровых, снеговых, технологических температурных и др.).
9	Тема 9. Модель случайной функции и её применение 9.1. Некоторые сведения о случайных функциях 9.2. Примеры случайных функций из опыта проектирования зданий и сооружений 9.3. Корреляционные функции

Тематика для самостоятельной работы студентов.

Целью самостоятельной работы является формирование способностей самостоятельному познанию и обучению, поиску литературы, обобщению, оформлению и представлению полученных результатов, их анализу, умению принять решение, аргументированному обсуждению предложений, умений подготовки выступлений и ведения дискуссии. Виды самостоятельной работы по каждому разделу с учетом трудоемкости представлены в табл.4.3.

Самостоятельная работа студентов

№ п/п	
1	Области строительной науки, применяются, где экспериментальные методы исследования.
2	Статистические модели Обработки экспериментального материала
3	Гистограммы, плотность распределения расчетных параметров, определяемых экспериментальным данным
4	Сложные статистические модели, применяемые обработки экспериментального массива
5	Современная статистическая модель системы случайных величин (рядов), которые применяются при анализе экспериментальной информации
6	Методы оценки экспериментального массива
7	Нормативные расчётные значения конструкционных материалов
8	Нормативные расчётные нагрузки, действующие на здания и сооружения
9	Статистические параметры метода предельных состояний конструкций

Вопросы контроля текущей успеваемости

Контрольная работа №1

1. Определение и накопление статистической информации о прочностных характеристиках конструкционных материалов.
2. Определение и накопление статистической информации о нагрузках и воздействиях на здания и сооружения.
3. Определение и накопление физико-механических характеристик массивов, на которых покоятся здания и сооружения.

4. Определение и накопление информации об ускорениях поверхности земли при землетрясениях. Параметры измерений.
5. Модель случайной величины.
6. Модель системы случайных величин.
7. Модель функции случайной величины.
8. Построение гистограмм и плотностей распределения.

Контрольная работа № 2

1. Назначение гарантий и расчетных и нормативных значений прочностных характеристик конструкционного материала.
2. Оценка результатов испытаний.
3. Модель случайной функции одного аргумента.
4. Модель случайных полей.
5. Понятие о корреляционных функциях.
6. Понятие о канонических разложениях случайной функции.
7. Практические приемы построения канонических разложений случайной функции, с помощью которой моделируются разбросы расчетных и нормативных характеристик конструкционных материалов, нагрузок и массивов.
8. Применение функции Гаусса и Лапласа.
9. Понятие вероятности (надежности) выполнения условий прочности конструкционных материалов.

Контрольная работа № 3

1. Назначение гарантий
2. Интегральное уравнения, с помощью которых определяются соответствующие параметры
3. Назначение коэффициента надежности по материалам на основе обработки экспериментальных данных
4. Назначение гарантий
5. Интегральное уравнения определения расчетных и нормативных значений нагрузок
6. Назначение коэффициента надежности по нагрузкам на основе обработки накопленного экспериментальных материала о нагрузках (ветровых, снеговых, технологических, температурных и др.).
7. Вероятностная природа с коэффициентом надежности
8. Назначение гарантий
9. Полувероятностный подход, применяемый в методах предельных состояний

ЛЕКЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Л е к ц и я 1

Тема: Области строительной науки, где применяются экспериментальные методы исследования.

Среди строительных наук особо следует отметить следующие 4 области строительной науки:

Первая область: ” Определение физико-механических характеристик конструкционных материалов “.

Физико-механические характеристики строительных конструкционных материалов (бетон, железобетон, стали, различные марки, стальная арматура канаты высокой прочности керамические изделия: кирпич стеновые блоки, ограждающие панели; сожжённый песок: стеклоблоки, оконные стекла, панели осветительные трубы). Физико-механические характеристики указанных выше конструкционных материалов и изделий (модуль упругости, физические зависимости между напряжениями, предела текучести предельные деформации отрыва, ударная вязкость, влияние температуры на модуль упругости и на напряженное состояние, плотность однородность, влажность циклическая прочность и другие характеристики зависят от многих факторов. Определения указанных выше физико-механических характеристик обеспечиваются экспериментально, путем проведения непосредственных испытаний , накопление данных замеров, эта работа представляет собой значительные трудности повремени по стоимости, по обработке полученных экспериментальных результатов. Как показывают реальные опыты, значения указанных выше физико-механических характеристик меняются во времени и пространстве

случайным образом ,

другими словами, значения этих характеристик носят вероятностную природу. Это значит, если мы говорим о конкретном значении физико-механических характеристик, мы должны говорить с какой вероятностью это значение проявляется.

Обычно физико-механические характеристики, о которых говорилось выше, определяется путем проведения непосредственных испытаний, или накопления характеристик природных явлений, например, ветра, снега, температуры.

Правила и методы проведения непосредственных испытаний и сооружений изучаются дисциплиной “Испытание сооружений. Испытание строительных

конструкций“. Здесь рассматриваются тензометрические измерения, правила установления тензо-датчиков, прогибомеров, правила электромагнитных воздействий, с помощью которых определяются физико-механические характеристики исследуемого материала или конструкции, правила накопления полученных экспериментальных результатов.

Возникает вопрос: Что изучает дисциплина “Экспериментальные методы решения инженерных задач“ ?

Чтобы ответить на этот вопрос приведем следующий пример:

На заводах Донбасса, где выплавляется сталь, с помощью испытания для каждой марки стали определяются, например, предел текучести соответствующей марки стали σ_t .

Таким образом, в течение 5 - 6 лет для изучаемой марки стали накапливаются 4 - 5 тысяч значений σ_t .

Возникает вопрос: Какое значение σ_t из этого экспериментального массива, размером в 5 тысяч значений, следует принять при расчете конструкций? Вот на этот вопрос даёт ответ дисциплина “Экспериментальные методы решения инженерных задач“.

Вторая область: ” Определение и накопление статистической информации о нагрузках и воздействиях на здания и сооружения “.

Нагрузки, действующие на здания и сооружения, существенным образом влияют на работу всего объекта. Определение значений нагрузок представляют собой принципиальную задачу. Нагрузки меняются в пространстве и во времени. По этому территория Российской федерации разбита на отдельные различные районы, которые имеют близкие значения нагрузок. Например, число снеговые районов Российской федерации равно восьми – 8 снеговых районов. Для каждого снегового района определены значения снегового покрова, которые применяются при расчётах конструкций и зданий . Для ветровых нагрузок территория Российской федерации разбито на 7 районов , для каждого района определены значения ветрового напора . Ниже мы приводим соответствующие значения снеговых и ветровых нагрузок .

Снеговые районы Российской Федерации принимаются по карте 1 обязательного приложения 5 к СНиП 2.01.07-85*		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
S ^p	кПа	0,8	1,2	1,8	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6
	кгс/м ²	80	120	180	240	320	400	480	650

Ниже приводится таблица, составленная по картам 1 и 3, для некоторых городов Российской Федерации

№	Название городов	Снеговые районы по карте 1 СНиП 2.01.07-85*	Ветровые районы по карте 3 СНиП 2.01.07-85*
1	Махачкала	II	V
2	Москва	III	I
3	Ставрополь	II	V
4	Санкт-Петербург	III	I ^a
5	Сыктывкар	V	I
6	Волгоград	II	III
7	Архангельск	IV	III
8	Казань	IV	II
9	Нижний Новгород	IV	I ^a
10	Уфа	IV	II
11	Омск	IV	II
12	Улан-Удэ	I	III
13	Екатеринбург	III	II
14	Южно-Сахалинск	VI	IV
15	Якутск	II	II
16	Магадан	V	IV
17	Новосибирск	II	III
18	Хабаровск	II	III
19	Челябинск	III	II
20	Саратов	III	III
21	Владивосток	II	VI
22	Петропавловск- Камчатский	VI	VII
23	Иркутск	II	III
24	Мурманск	IV	I

1. Ветровые нагрузки определяются в соответствии с пунктами 6.1. ÷ 6.10.

СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия».

Ветровую нагрузку следует определять как сумму средней и пульсационной составляющей. При этом для многоэтажных зданий высотой до 40 и одноэтажных производственных зданий высотой до 36 м. при отношении высоты H к пролету L менее 1,5, размещенных в местностях типов А и В (пункт 6.5 СП 20.13330.2016) пульсационной составляющей ветровой нагрузки можно пренебречь.

Нормативное значение средней составляющей ветровой нагрузки на высоте Z , над поверхностью земли следует определить по формуле:

$$W = W_0 \cdot k \cdot c,$$

где k – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления на высоте Z , определяется по *таблице 6* СП 20.13330.2016. Ниже приводится фрагмент этой таблицы.

Высота Z в метрах	Коэффициент k для типов местности		
	А	В	С
≤ 5	0,75	0,50	0,40
10	1,00	0,65	0,40
20	1,25	0,85	0,55
40	1,50	1,10	0,80

В этой таблице типы местности:

А – открытые побережья морей, озер и водохранилищ, пустыни, степи, лесостепи, тундра;

В – городские территории, лесные массивы и другие местности, равномерно покрытые препятствиями высотой более 10 м;

С – городские районы с застройкой зданиями высотой более 25 м.

Аэродинамический коэффициент c , входящий в предыдущую формулу, определяется по пункту 6.6. СП 20.13330.2016.

Нормативное значение ветрового давления на 1 м^2 вертикальной поверхности определяется по следующей таблице.

Ветровые районы России принимаются по карте 3 обязательного приложения 5 к СНиП 2.01.07-85*		I ^a	I	II	III	IV	V	VI	VII
W_0	кПа	0,17	0,23	0,30	0,38	0,48	0,60	0,73	0,85
	кгс/м ²	17	23	30	38	48	60	73	85

Расчетное значение W_p ветрового давления определяется умножением нормативного значения W_0 на коэффициент надежности по нагрузке $n = 1,4$ (коэффициент перегрузки):

$$W_p = 1,4 \cdot W_0.$$

Для городов России ветровые районы в приведенной выше таблицы.

Третья область: ” Определение физико-механических характеристик грунтовых оснований “.

Все здания и сооружения покоятся на грунтовых или скальных основаниях.

Физико-механические характеристики оснований по пространственным координатам меняются в трёх направлениях: в горизонтальном – в двух направлениях и по глубине грунтового массива. Эти изменения носят вероятностный характер. Для каждого строительного участка приходится отрывать 5-6 вертикальных скважин, по глубине которых определяются физико-механические характеристики грунтового массива. Зная физико-механические характеристики каждой скважины, о которых говорилось выше, строятся вертикальные разрезы грунтового массива строительного участка.

Только экспериментальными исследованиями можно получить необходимую статистическую информацию о грунтовом массиве.

Четвёртая область: ” Прогнозирование ускорения поверхности земли при землетрясениях “.

Как уже принято, ускорение поверхности земли при землетрясениях представляет собой нестационарный случайный процесс. Располагая ускорениями поверхности земли предыдущих землетрясений, мы прогнозируем ускорение будущего землетрясения. С этой целью накапливаются статистическая информация о предыдущих землетрясениях. Это – большая и очень ответственная работа, которая стоит немало денег. Это – естественная плата за надёжность работы зданий и сооружений при землетрясениях

Таким образом, мы рассмотрели четыре области строительной науки, где определяется необходимая статистическая информация, необходимая для определения соответствующих расчётных параметров, используемых при проектировании зданий и сооружений.

Л е к ц и я 2

Тема: Статистические модели обработки
экспериментального массива

В настоящее время для обработки экспериментальных, которые получаются с помощью непосредственных испытаний или замеров характеристик природных явлений, данных о работе оборудования, данных о нагрузках строительных конструкций и изделий, используются статистические модели :

1. Модель случайной величины;
2. Модель системы случайных величин;
3. Модель функции случайной величины;
4. Модель функции многих случайных величин;
5. Случайные функции и случайные поля.

Далее мы приводим некоторую информацию необходимую для изложения других разделов этой дисциплины.

Температура t , давление p , объём v и масса M газа в магистральных трубопроводах подвержены статистическим разбросам. Эти 4 параметра в совокупности составляют систему четырёх случайных величин. Для оценки их вероятностей необходимо располагать совместной плотностью распределения:

$$f(t, v, p, m)$$

Для определения этой плотности необходимо произвести замеры

$$t, v, p, m$$

достаточно длительное время и накопить статистическую информацию. Обработав эту информацию с использованием компьютера можно построить плотность распределения $f(t, v, p, m)$.

Другой пример.

В газгольдере давление зависит от температуры газа. Температура подвержена случайным разбросам. В силу этого давление газа

также имеет разбросы. В этом примере давление p является

функцией случайной температуры t :

$$P = \varphi(t),$$

Где φ --- обычная неслучайная (детерминированная) функция которая определяется по закону Менделеева - Клапейрона. Зная среднее

значение и дисперсию температуры, можно вычислить соответствующие числовые характеристики случайного давления.

Из теории вероятности известно, что среднее значение функции случайной величины определяется формулой

$$\bar{y} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \cdot f(x) dx.$$

Здесь: $\bar{y}$ – среднее значение случайной величины y ;
 $f(x)$ – плотность распределения случайной величины « x ».
 $\varphi(x)$ – зависимость:

$$y = \varphi(x),$$

φ – неслучайная функция.

Таким образом, если величина y зависит от случайной величины « x », то, зная φ и f , можно вычислить среднее значение $\bar{y}$.

Если величина Y связана со случайной величиной X функцией φ :

$$Y = \varphi(X), -$$

то дисперсия величины Y определяется интегралом

$$D[Y] = \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(x)]^2 \cdot f(x) dx - \bar{y}^2.$$

Здесь : $\bar{y}$ - среднее значение величины Y :

$$\bar{y} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) \cdot f(x) dx ,$$

где $f(x)$ - плотность распределения случайной величины X .

Пример 1 .

Найдём дисперсию величины Y , если

$$Y = A X + b ,$$

где A и b - неслучайные величины, X – случайная величина с дисперсией $D[X]$.

Так как величина « b » –детерминирована (не имеет случайных разбросов), то дисперсия

$$D[Y] = A^2 \cdot D[X].$$

Пример 2 .

Определим стандарт величины X , если система случайных величин (X, Y) распределена нормально,

Плотность распределения вероятностей

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma^2} \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma^2}} .$$

Стандарт величины X равен σ . Случайные величины X и Y независимы , так как коэффициент корреляции равен 0.

Давление газа p , его температура t , объем v , масса « m » составляют систему четырех случайных величин, поскольку все эти четыре величины подвержены статистическим разбросам:

Они составляют систему случайных величин.

Если некоторая величина y зависит от p, t, v, m :

$$y = \varphi(p, t, v, m), \text{ —}$$

То « y » представляет собой функцию случайных величин.

Например, прочность сечения магистрального газопровода Z зависит от p, t, v, m : и является функцией системой случайных величин:

$$Z = z(p, t, v, m).$$

Если величина Y зависит от случайной величины X :

$$y = \varphi(X),$$

где X имеет плотность распределения $f_x(x)$, — то плотность распределения случайной величины Y определяется формулой

$$f_y(y) = f_x[\psi(y) \cdot |\psi'(y)|].$$

здесь: ψ — монотонная функция, обратная φ :

$$Y = \varphi(X),$$

$$X = \psi(Y),$$

$\psi'(y)$ — производная по y ,

$f_y(y)$ — плотность распределения величины Y .

Некоторые сведения о теореме Муавра – Лапласа.

Для серии « n » независимых опытов, в каждом из которых событие A появляется с одной и той же вероятностью p ($0 < p < 1$), согласно теореме Муавра – Лапласа справедливо предельное равенство

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\alpha \leq \frac{m - np}{\sqrt{npq}} < b\right) = \frac{1}{2} \cdot [\Phi(b) - \Phi(\alpha)],$$

где $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt$ — функция Лапласа,

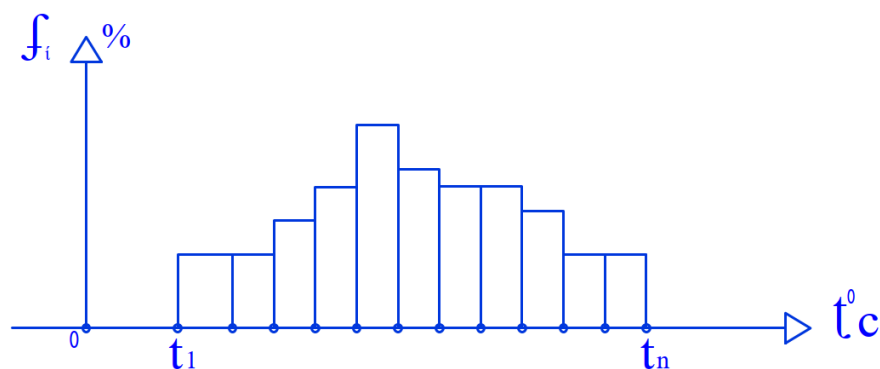
для вычисления которой имеются готовые таблицы; $q = 1 - p$;

« m » — число появления события A в результате проведения « n » опытов.

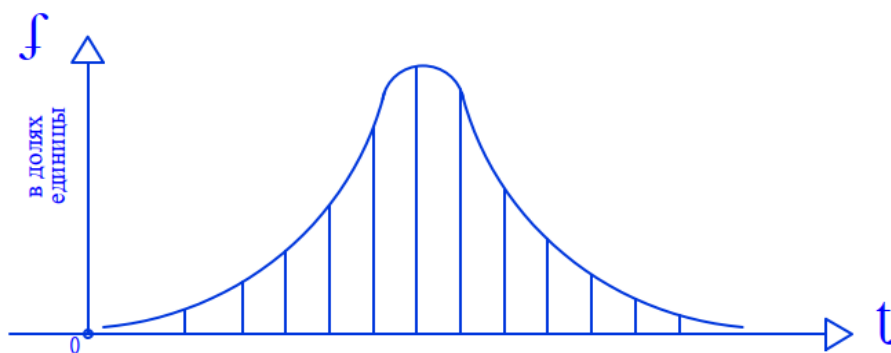
Лекция 3

Тема: Гистограммы и плотность распределения расчетных параметров, определяемых по экспериментальным данным

При неограниченном увеличении числа статистических замеров (испытаний) ступенчатая гистограмма вырождается, переходит в «гладкое» непрерывное распределение. Если это распределение представить не в процентах, а в долях единицы, то получаемая при этом кривая называется плотностью распределения вероятностей (некоторой величины).



Гистограмма



Площадь, заключенная между гладкой кривой и осью t , равна единице.

В графике гистограммы по вертикальной ординате откладываются частоты проявления параметра t на соответствующем участке. Частота

$$f_i = \frac{\psi_i}{A},$$

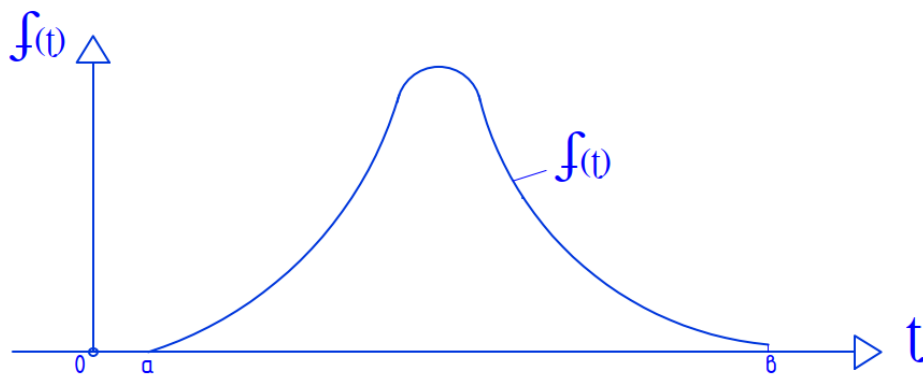
где ψ_i – число проявлений случайного параметра t на i – том участке,

A — число всех значений случайного параметра t в экспериментальном массиве. При неограниченном увеличении числа значений (A) случайного параметра t ступенчатая кривая гистограммы вырождается

в гладкую кривую, которая описывает плотность распределения случайного параметра t . На верхних рисунках показаны эти графики. Таким образом, определяется плотность распределения вероятностей случайного

параметра t . Эта методика находит широкое применение в практике экспериментальных характеристик любого параметра, который имеет статистическую природу (вероятностную природу).

Любая положительная функция, которая имеет ограниченную норму, может быть использована для построения к плотности распределения вероятностей. A называется нормой функции $f(t)$ на отрезке $[a, b]$ или коэффициент нормирования.



Если
$$A = \int_a^b f(t) dt,$$

то плотность распределения величины t равна $f(t) \geq 0$,

$y(t) = \frac{1}{A} \cdot f(t)$, где $f(t) \geq 0$, $t \in [a; b]$.

Коэффициент A называется нормой функции $f(t)$ на отрезке $[a; b]$ или коэффициентом нормирования. $\bar{X} \sigma$.

Плотности распределения,

Которые широко применяются в практике обработки экспериментальных данных.

1. Плотность распределения Гаусса (нормальный закон).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

где $(-\infty < x < \infty)$, $\bar{x}$ – среднее значение случайного параметра x .

2. Плотность распределения Рэлея .

$$f(x) = \frac{x}{\alpha^2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\alpha^2}},$$

где $(x \geq 0)$.

3. Плотность распределения Лапласа .

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-|x|},$$

где $(-\infty < x < \infty)$.

4. Плотность распределения Максвелла .

$$f(v) = A \cdot v^2 \cdot e^{-h^2 \cdot v^2},$$

где $(v \geq 0)$.

5. распределение .

$$f(x) = A \cdot x^{n-2} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}},$$

где $n > 1$.

6. Двумерное нормальное распределение .

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sqrt{1-r^2}} \cdot e^{\text{х р} \left\{ -\frac{1}{2(1-r^2)} \cdot \left[\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r \cdot (x-\bar{x}) \cdot (y-\bar{y})}{\sigma_x \cdot \sigma_y} + \frac{(y-\bar{y})^2}{\sigma_y^2} \right] \right\}}.$$

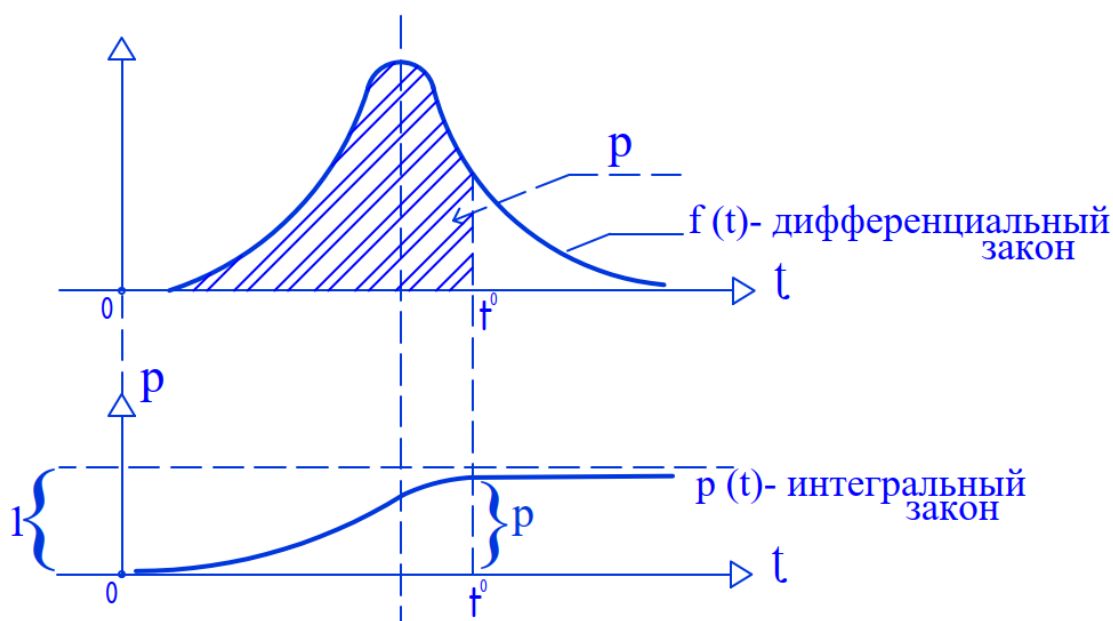
Подбирая соответствующим образом параметры приведённых выше функций, можно аппроксимировать ступенчатую кривую гистограммы, таким образом получить гладкую кривую плотности распределения исследуемого параметра, построить плотность распределения вероятностей, располагая которой легко определить все необходимые расчетные параметры с некоторой (необходимой) гарантией.

Лекция 4

Тема: Сложные статистические модели, применяемые для обработки экспериментального массива.

Плотность распределения вероятностей является дифференциальным законом, а значения самих вероятностей - интегральным законом.

Ниже мы приводим соответствующие графики этих законов.



Заштрихованная площадь есть вероятность

$$P \{ -\infty < t \leq t^0 \} = \int_{-\infty}^{t^0} f(t) dt -$$

основная зависимость: вероятность P нахождения случайной величины t в пределах $] -\infty; t^0]$.

Поскольку вероятностные выражения, связанные со системой случайных величин, достаточно сложны, в практике обработки экспериментальных массивов часто пользуются числовыми характеристиками системы случайных величин. При этом средние значения $\bar{t}$ той случайной величины определяются формулой

$$\bar{x}_i = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} x_i \cdot f(x_1, x_2 \cdots x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n ,$$

где $i = 1, 2, 3 \cdots n$ - число случайных величин в системе .

Дисперсии i - той случайной величины определяются формулой

$$D[x_i] = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{x}_i)^2 \cdot f(x_1, x_2 \cdots x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n .$$

Здесь $f(x_1, x_2 \cdots x_n)$ — совместная плотность распределения вероятностей случайных величин $X_1, X_2 \cdots X_n$.

В практике исследований системы случайных величин $X_1, X_2 \cdots X_n$

удобно вести соответствующие корреляционные матрицы исследуемых систем случайных величин.

Элементы корреляционные матрицы представляют собой смешанные центральные моменты второго порядка :

$$k_{ij} = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{x}_i)(y_j - \bar{y}_j) \cdot f(x_1, x_2 \cdots x_n) dx_1 dx_2 \cdots dx_n$$

Здесь $\bar{x}_i$ — среднее значение случайной величины (X_i) ;
 $i, j = 1, 2, 3 \cdots n$; n — число всех элементов в системе.

Элементы корреляционные матрицы, представленные выше можно представить в следующем виде

$$K = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & K_{nn} \end{vmatrix}$$

Диагональные элементы корреляционной матрицы являются дисперсиями, другие элементы учитывают взаимную корреляцию элементов. Если матрица диагональная, то элементы системы независимы.

Коэффициенты корреляции r_{ij} случайных величин X_i, X_j определяется отношением

$$r_{ij} = \frac{K_{ij}}{\sqrt{D[X_i] \cdot D[X_j]}} .$$

Здесь : k_{ij} — корреляционные моменты (вторые центральные моменты) .

$D[X_i] = k_{ii}$ — дисперсия i — той величины ; $i, j = 1, 2 \dots n$ — число случайных величин X_i в системе .

Коэффициент корреляции составляют нормированную корреляционную матрицу :

$$R = \left\| \begin{array}{ccccc} 1 & r_{12} & r_{13} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \cdots & r_{2n} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \cdots & r_{3n} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \cdots & 1 \end{array} \right\| .$$

Нормированная корреляционная матрица находит широкое применение в практике анализа экспериментальных данных при исследовании результатов проведённого эксперимента (экспериментального массива) .

Л е к ц и я 5

Тема: Современная статистическая модель системы случайных величин, которые применяются при анализе экспериментальной информации

При анализе экспериментального массива и при решении многих инженерных задач приходится иметь дело со сложными статистическими моделями. Широкое применение при этом находит представление случайных параметров исследуемой экспериментальной системы в виде системы случайных величин. В частности, часто применяются

К а н о н и ч е с к и е р а з л о ж е н и я и с х о д н ы х с л у ч а й н ы х ф у н к ц и й

Даже при наличии современных вычислительных машин обработка экспериментального массива многих случайных параметров связано со значительными математическими трудностями и затратой большого количества машинного времени.

Существенных упрощений при обработке сложного экспериментального массива можно достичь, представляя исходные экспериментальные данные, которые моделируются с помощью случайных функций, каноническими разложениями. Однако построение канонических разложений случайных функций, само по себе, далеко не простое дело. Поэтому целесообразно рассмотреть здесь практические способы построения этих разложений.

Непрерывную в среднеквадратическом смысле центрированную гауссовскую случайную функцию $\tilde{T}(x)$, принадлежащую интервалу $(-\infty, \infty)$, можно представить [100] в виде ряда

$$\tilde{T}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\tilde{a}_n}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \varphi_n(x), \quad (1)$$

где $\varphi_n(x)$, λ_n – собственные функции и собственные числа однородного интегрального уравнения

$$\varphi_n(x) = \lambda_n \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K_T(x-y) \varphi_n(y) dy. \quad (2)$$

Здесь $K_T(x-y)$ – корреляционная функция стационарной случайной функции $\tilde{T}(x)$,

$\tilde{a}_n$ — центрированные гауссовские случайные величины с единичной корреляционной матрицей.

Основным препятствием к практическому использованию канонического разложения (1) случайной функции $\tilde{T}(x)$ является отыскание точных решений интегрального уравнения (2). Лишь для стационарных функций с дробно-рациональными энергетическими спектрами нахождение этих решений может быть сведено к интегрированию линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами. Это "жесткое" условие можно несколько "смягчить". Для этого, используя известные свойства ядра уравнения (2), следует приближенно представить спектральную плотность дробно-рациональной функцией.

Рассмотрим некоторые приемы построения $\varphi_n(x)$, λ_n .

Определим дифференциальное уравнение, эквивалентное интегральному уравнению (2). Пусть искомое уравнение имеет следующий вид:

$$L \varphi = \lambda \varphi. \quad (3)$$

Если

$$L K_T(x-y) = \delta(x-y), \quad (4)$$

(δ — дельта - функция), то функция φ , входящая в (4,3), представляется в интегральной форме:

$$\varphi(x) = \lambda \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K_T(x-y) \cdot \varphi(y) dy.$$

Это уравнение полностью совпадает с приведенным выше. Это означает, что искомый оператор L должен порождать функцию Грина, совпадающую с корреляционной функцией $K_T(x-x')$. Так как корреляционная функция действительной случайной функции симметрична, то оператор должен быть самосопряженным. Учитывая это обстоятельство, из уравнения (4) можно определить $K_T(x-x')$, предполагая ее неизвестной. Заметим, что для самосопряженного оператора L с постоянными коэффициентами

$$A L \cos nx = \cos nx,$$

$$\text{где } A = 1/f(n), \quad f(n) = L \cos nx / \cos nx. \quad (5)$$

Тогда уравнение (4) принимает вид

$$f^{-1}(n) \cdot \cos nx = 2 \cdot \int_0^{\infty} K_T(x-y) \cdot \cos ny dy,$$

откуда, после преобразования по Фурье, находим

$$K_T(x-y) = 2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{\cos nx \cos ny \, dn}{2\pi f(n)}.$$

Это уравнение при $y = 0$ записывается так:

$$K_T(x) = 2 \cdot \int_0^{\infty} \frac{\cos nx \, dn}{2\pi f(n)}. \quad (6)$$

Последнее означает, что функция $S(n) = f^{-1}(n)$ есть спектральная плотность случайной функции $\tilde{T}(x)$.

Теперь нетрудно по соотношению (4,5) определить вид оператора

$$L \equiv \left[S \left(i^{\kappa} \frac{d^{\kappa}}{d x^{\kappa}} \right) \right]^{-1}, \quad (7)$$

где i – мнимая единица, $\kappa = 0, 2, 4, \dots$,

$S(n)$ – спектральная плотность случайной функции $\tilde{T}(x)$. Например, корреляционной функции

$$K_T(\tau) = S_0^2 \cdot \exp \left[-\alpha |\tau| \right] \quad (\alpha > 0)$$

соответствует [170] спектральная плотность

$$S(n) = \frac{S_0^2}{\pi} \cdot \frac{\alpha}{n^2 + \alpha^2}. \quad (8)$$

Построим соответствующий дифференциальный оператор L . Для этого, подставляя выражение в находит

$$L \equiv \frac{\pi}{\alpha \cdot S_0^2} \cdot \left(-\frac{d^2}{d x^2} + \alpha^2 \right). \quad (9)$$

Внося оператор (4,9) в (4,3), получаем уравнение

$$- \psi''(x) + \alpha^2 \cdot \psi = \frac{\alpha \cdot S_0^2}{\pi} \cdot \lambda \cdot \psi, \quad (10)$$

или, в общем случае,

$$\left[S \left(i^\kappa \cdot \frac{d^\kappa}{d x_\kappa} \right) \right]^{-1} \psi = \lambda \psi. \quad (11)$$

Здесь, как и прежде, $\kappa = 0, 2, 4, 6, \dots$.

Легко замечаем, что решениями уравнения (11) являются функции $\cos nx$, $\sin nx$. Подставляя эти функции в (11), получаем

$$\lambda_n = [S(n)]^{-1}. \quad (12)$$

Для случая рассмотренного выше примера из уравнения (10) находим

$$\lambda_n = \frac{\pi(n^2 + \alpha)}{\alpha S_0^2}. \quad (12a)$$

Так как выше предполагалось, что оператор L имеет только постоянные коэффициенты, то спектральная плотность $S(n)$ должна быть дробно-рациональной функцией, в противном случае $f^{-1}(n) \neq S(n)$,

то есть импеданс $f(n)$ оператора L не приведет к дифференциальному уравнению (11) с постоянными коэффициентами. Таким образом, приведенный выше алгоритм справедлив, если спектральная плотность

$$S(n) = \frac{B}{\pi} \cdot \frac{1}{\sum_{\kappa=0}^V \beta_\kappa n^{2\kappa}}, \quad (13)$$

где B и β_κ – произвольные параметры, $\kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$

Пусть спектральная плотность

$$S(n) = \frac{B}{\pi} R^{-1}(n), \quad [R(0) \neq 0] \quad (13a)$$

задана в произвольном виде. Покажем, что функцию $S(n)$ можно представить в виде (4,13). Так как корреляционные функции симметричны, то $S(-n) = S(n)$.

Это обстоятельство позволяет разложить функцию $R(n)$ в ряд Тейлора по аргументу n в окрестности частоты $n_0 = 0$ случайной функции:

$$R(n) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \frac{n^{2\kappa}}{(2\kappa)!} R^{(2\kappa)}(n_0).$$

Сравнивая этот ряд со знаменателем дроби (13) находим неизвестные коэффициенты

$$\beta_{\kappa} = \frac{1}{(2\kappa)!} R^{(2\kappa)}(n_0) \quad (14)$$

где верхний индекс в скобке указывает на порядок производной функции $R(n)$, взятой в точке $n = n_0$.

Формула (4,14) позволяет произвольную спектральную плотность (4,13a) записывать в требуемом виде (4,13). А это означает, что для любых ядер $K_T(x-y)$, обладающих свойствами корреляционной функции, в качестве собственных функций приближенно могут быть приняты $\cos x$, $\sin x$. В этом и заключается “смягчение” условий, о которых говорилось в начале параграфа, накладываемых на спектральную плотность.

Из полученных выше формул видно, что собственные числа λ_n обладают непрерывным спектром, то есть соответствуют интегральному каноническому представлению случайной функции.

Действительно, подставляя

$$\lambda_n = [S(n)]^{-1} \quad \text{и} \quad \psi_n(x) = \begin{cases} \cos nx \\ \sin nx \end{cases}$$

в ряд (1)

и, учитывая непрерывность спектра во всей вещественной оси, получаем

$$\begin{aligned} \tilde{T}(x) = & \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{S(n)} \times \\ & \times [\alpha(n) \cdot \cos nx + \beta(n) \cdot \sin nx] dn. \end{aligned} \quad (15)$$

Это выражение и есть интегральное каноническое представление вещественной стационарной случайной функции. В дискретном представлении случайные величины α_n и β_n некоррелированы. Корреляция элементов каждой системы выражается так:

$$m\{b_n \times b_\kappa\} = m\{a_n \times a_\kappa\} = \delta_{n\kappa} -$$

— символ Кронекера, причем системы α_n и β_n независимы. При переходе от ряда к интегралу, величины α_n и β_n становятся непрерывными функциями $\alpha(n)$ и $\beta(n)$, а символ Кронекера переходит в дельта - функцию, то есть

$$m\{b(n) \times b(\kappa)\} = m\{a(n) \times b(n)\} = \delta(n - \kappa).$$

По аналогии с дискретным случаем здесь функции $\alpha(n)$ и $\beta(n)$ также независимы. Используя указанную выше стохастическую ортонормальность функций $\alpha(n)$ и $\beta(n)$, легко найти корреляционную функцию, соответствующую предыдущему интегральному представлению случайной функции $\tilde{T}(x)$ (4,15):

$$\begin{aligned} K_T(x - x') = & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(n - \kappa) \cdot \sqrt{S(n)} \cdot \sqrt{S(\kappa)} \cdot \cos nx \cdot \cos \kappa x' dn d\kappa + \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(n - \kappa) \cdot \sqrt{S(n)} \cdot \sqrt{S(\kappa)} \sin nx \cdot \sin \kappa x' dn d\kappa. \end{aligned}$$

Учитывая симметричность спектральной плотности $S(n)$, а также фильтрующее свойство дельта-функции, из предыдущего выражения получаем известное преобразование Винера-Хинчина, справедливое для вещественных стационарных случайных функций:

$$K_T(x - x') = 2 \int_0^{\infty} S(n) \cos n(x - x') dn.$$

Обратным преобразованием Фурье находим и спектральную плотность

$$S(n) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} K_T(x - x') \cos n(x - x') d(x - x').$$

Эти два интегральных преобразования Винера-Хинчина играют важную роль в теории стационарных случайных функций

Для перехода к каноническому разложению по дискретным индексам (с единичным шагом) заменяем неограниченную вещественную ось довольно большим, но конечным, отрезком h . Тогда интеграл (4,15) с учетом (4,12) переходит в сумму:

$$\tilde{T}(x) = S_0 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \left(\frac{\tilde{\alpha}_{\kappa}}{\sqrt{\lambda_{\kappa}}} \cos \omega_{\kappa} x + \frac{\tilde{\beta}_{\kappa}}{\sqrt{\lambda_{\kappa}}} \sin \omega_{\kappa} x \right), \quad (16)$$

где S_0^2 — дисперсия стационарной случайной функции $\tilde{T}(x)$,

$\tilde{\alpha}_{\kappa}, \tilde{\beta}_{\kappa}$ — две независимые системы случайных величин, каждая из которых представлена единичной корреляционной матрицей.

$$\text{Интеграл} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \lambda^{-1}(n) dn = S_0^{-2} \int_{-\infty}^{\infty} S(n) dn = 1. \quad (17)$$

Для перехода от этого интеграла к соответствующей сумме заменяем

$$n \text{ на } \frac{\kappa\pi}{h} = \omega_{\kappa}, \quad dn \text{ на } \frac{\pi}{h}.$$

Тогда из (17) получаем

$$S_0^{-2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} S(n)dn = \frac{\pi \cdot S_0^{-2}}{h} \cdot \sum_{\kappa=-\infty}^{\infty} S\left(\frac{\kappa\pi}{h}\right),$$

или с учетом симметричности спектральной плотности,

$$\lambda_0^{-1} = \frac{\pi}{h \cdot S_0^2} \cdot S(0), \quad \lambda_{\kappa}^{-1} = \frac{2\pi}{h \cdot S_0^2} \cdot S\left(\frac{\kappa\pi}{h}\right), \quad (18)$$

где $\kappa = 1, 2, 3, \dots$

Здесь начало оси x – ов расположено в середине отрезка h . В случае рассмотренного выше примера (4,8), при $h = 15 \text{ м.}, \alpha = 0,1 \cdot \text{м}^{-1}$,

по приведенным выше формулам, находим, что

$$\lambda_0^{-1} = \frac{1}{\alpha h}, \quad \lambda_{\kappa}^{-1} = \frac{2}{h} \cdot \left[\frac{\alpha}{\left(\frac{\kappa\pi}{h}\right)^2 + \alpha^2} \right], \quad (18a)$$

или $\lambda_0^{-1} = 0,666; \quad \lambda_1^{-1} = 0,250; \quad \lambda_2^{-1} = 0,07.$

Теоретически $\sum_{\kappa=0}^{\infty} \lambda_{\kappa}^{-1} = 1.$ При полученных значениях λ_i^{-1} ,

$$\sum_{\kappa=0}^2 \lambda_{\kappa}^{-1} = 0,986$$

Сравнивая эти две суммы, заключаем, что ряд (16) сходится довольно быстро и в рассматриваемом примере можно ограничиться удержанием пяти первых членов.

Приведенный выше алгоритм построения канонического разложения случайных функций можно применять при исследовании сложных статистических моделей которые находят применение при обработке сложных экспериментальных массивов

Л е к ц и я 6

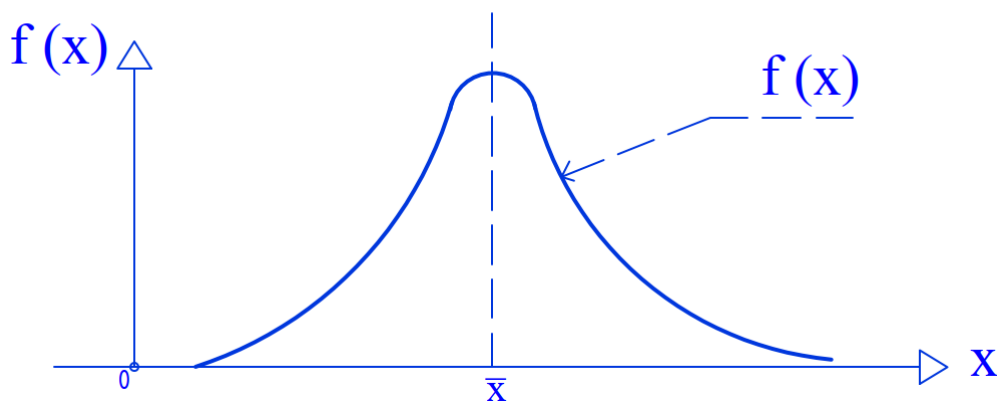
Тема: Методы оценки экспериментального массива

Широкое применение при оценке экспериментального массива находят функции **Гауса** и **Лапласа**.

Функция Гаусса имеет вид

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

где σ^2 — дисперсия случайной величины X ; $\bar{x}$ — среднее её значение.



σ — стандарт случайной величины X ,

$x \in]-\infty; \infty[$.

Что такое функция Лапласа и где она применяется?

Ответ

Далее рассмотрим функцию **Лапласа**

Функция Лапласа $\Phi(x)$ определяется интегралом

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Этот интеграл называется интегралом вероятности или функцией Лапласа.

Этот интеграл не берётся в элементарных функциях. Он вычислен численными методами.

Значения этой функции продублированы и даются в виде таблицы в справочной математической литературе. Функция **Лапласа** обладает свойством нечетности:

$$\Phi(-x) = -\Phi(x).$$

Функция **Лапласа** используется для вычисления вероятности случайной нормальной величины t , которая моделирует некоторый экспериментальный параметр системы (например, σ_T , модуль упругости E).

Вероятность вычисляется по следующей формуле:

$$P\{x_1 \leq t \leq x_2\} = \\ = \Phi\left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right),$$

где $\bar{x}$, σ — среднее значение и стандарт случайной величины t .

Среднее значение или математическое ожидание случайной величины A определяется формуле

$$\bar{\alpha} = \int_{t_1}^{t_2} \alpha \cdot f(\alpha) d\alpha,$$

где $\bar{\alpha}$ — среднее значение; t_1, t_2 — пределы изменения случайной величины A ;

$f(\alpha)$ — плотность распределения вероятностей случайной величины A .

Дисперсия определяется интегралом

$$D(A) = \int_{t_1}^{t_2} (\alpha - \bar{\alpha})^2 \cdot f(\alpha) d\alpha,$$

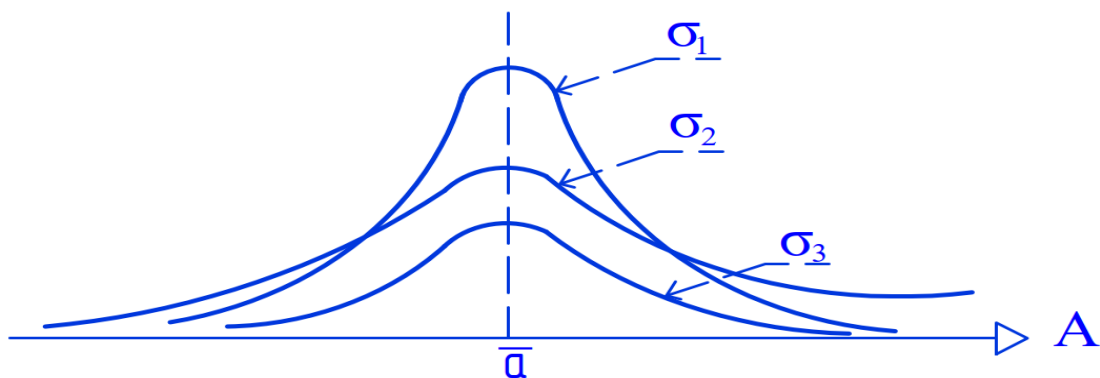
здесь: $D(A)$ — дисперсия случайной величины A ; $\bar{\alpha}$ — среднее значение;

t_1, t_2 — пределы изменения случайной величины A ; $f(\alpha)$ — плотность распределения.

Дисперсия характеризует разбросы случайной величины в окрестности её среднего значения $\bar{\alpha}$. Если

$$\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3,$$

то соответствующие графики имеют следующий вид:



Чем больше дисперсия $D(A)$, тем больше разбросы.

Л е к ц и я 7

Тема: Нормативные и расчётные значения конструкционных материалов

В настоящее время расчёт и конструирование строительных конструкций ведутся по предельным состояниям .

О п р е д е л е н и е : Состояние называется предельным, если при его достижении конструкция перестает удовлетворять условиям эксплуатации.

Различают 2 группы предельных состояний:

1 группа —
по несущей способности { а) по прочности
 б) по устойчивости
 в) по выносливости

2 группа —

по жесткости
 { а) по прогибам, перемещениям, деформациям
 б) по плотности (герметичности), трещиностойкости
 в) по частоте колебаний

При расчете стальных конструкций по предельным состояниям применяется полувероятностный подход; влияние на работу конструкций различных факторов учитывается дифференцированно:

1. возможные разбросы нагрузок;
2. неоднородности сталей и влияние размеров элемента (масштабный фактор);
3. изменчивость условий работы конструкции;
4. назначение, ответственность, уникальность здания или сооружения;
5. характер напряженного состояния;
6. возможные комбинации нагрузок, действующих одновременно на конструкцию.

Для чего вводятся соответственно

1. коэффициент надежности по нагрузкам (n);
2. коэффициент надежности по условиям работ (γ);
3. коэффициент надежности по материалам (γ_m);
4. коэффициент надежности по назначению (γ_n);
5. коэффициент надежности для элементов конструкций, рассчитываемых на прочность по временному сопротивлению $\gamma_b = 1,3$;
6. коэффициент сочетания нагрузок (C).

Все эти коэффициенты имеют вероятностную природу, определены на основе статистических исследований и занесены в соответствующие СНиП-ы. На рис. 1 в качестве примера приводятся плотность распределения вероятностей толщины снегового покрова.

Коэффициентом перегрузки n или коэффициентом надежности по нагрузкам называется отношение расчетной нагрузки F^P к нормативной F^H :

$$n = \frac{F^P}{F^H} \geq 1$$

Расчетные нагрузки F^P соответствуют экстремальным условиям и определяются с гарантией $\Gamma \approx 0,995$, а нормативные нагрузки соответствуют нормальным условиям эксплуатации и определяются с гарантией $\Gamma \approx 0,95$.

Таким образом

$$F^P = n \cdot F^H$$

здесь : n - определяется по СНиП "Нагрузки и воздействия", а нормативная нагрузка F^H –

путем сбора нагрузок (собственного веса, технологических временных нагрузок, действие ветра, снега, особых нагрузок: от просадки опор,

сейсмические, аварийные, от наводнений, пожаров и т.д.) и определения усилий, действующих на сооружение, конструкцию, элемент.

Коэффициент надёжности по материалам γ_m определяется как отношение нормативного сопротивления стали R^H к расчетному сопротивлению R :

$$\gamma_m = \frac{R^H}{R} \geq 1 \quad \text{или} \quad R = \frac{R^H}{\gamma_m}$$

$$R^H \begin{cases} \sigma_T - \text{для пластических сталей} \\ \sigma_{вр} - \text{для хрупких сталей и раскатытых стержней} \end{cases}$$

Гарантии надёжности определения величин R^H и R примерно такие же, что и для нагрузок F^H и F .

Возникает вопрос: “Как определяются нормативные и расчётные значения конструкционных материалов?” Далее мы рассмотрим подробно этот вопрос.

Введём гарантии:

$$\Gamma_1 = 0,95$$

$$\Gamma_2 = 0,99$$

Первая гарантия Γ_1 соответствует нормативному сопротивлению стали R^H , вторая гарантия Γ_2 соответствует расчётному сопротивлению стали R .

Введём плотность распределения вероятностей предела текучести стали σ_T :

$$f(\sigma_T).$$

С целью определения нормативных и расчётных значений предела текучести стали σ_T запишем два интегральных уравнения:

$$\int_{R^H}^{\infty} f(\sigma_T) d\sigma_T = \Gamma_1,$$

$$\int_R^{\infty} f(\sigma_T) d\sigma_T = \Gamma_2.$$

Решив эти два интегральных уравнения, можно определить нормативное сопротивление R^H и расчётное сопротивление R стали.

В обычных интегральных уравнениях неизвестная функция входит в подынтегральное выражение. В этих уравнениях неизвестные величины R^H и R являются пределами интегралов. Поэтому приведённые выше интегральные уравнения решаются итерационными методами (методом последовательных приближений).

Как было указано выше, отношение нормативного сопротивления к расчётному называется коэффициентом надёжности по материалам:

$$\gamma_M = \frac{R^H}{R} \geq 1 \quad \text{или} \quad R = \frac{R_H}{\gamma_M} .$$

Зная расчётные и нормативные значения R и R_H предела текучести стали σ_T , по приведенным формулам определяются коэффициент надёжности по материалам γ_M

Далее мы приведём соответствующие графики, построенные по реальным экспериментам на заводах Донбасса.

На качество сталей влияет множество факторов: процесс остывания, ее скорость, легирующие добавки, способ проката, неоднородность (рис. 0) и т.д. Поэтому механические характеристики сталей подвержены статистическим разбросам. Далее приводятся кривые распределения вероятностей предела текучести стали Ст3 (рис 1), (рис 2).

На основании полученных статистических данных устанавливаются браковочные значения механических свойств металла, имеющие обеспеченность не ниже 95 %, которые принимаются в соответствующих стандартах и по которым производится отбраковка металла на металлургических заводах.

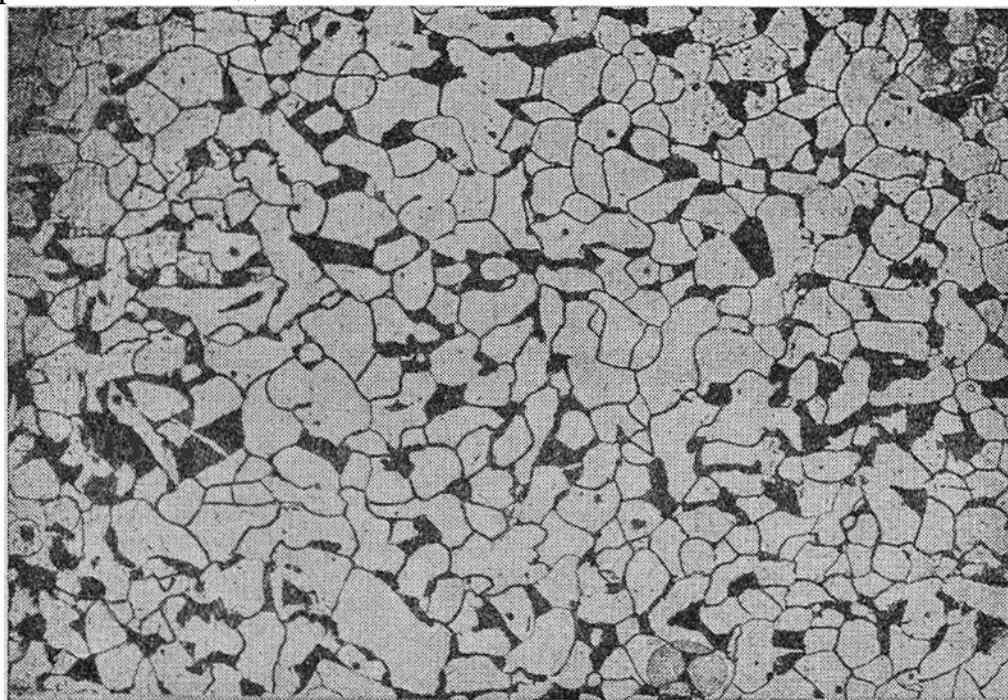


Рис. 0. Структура стали

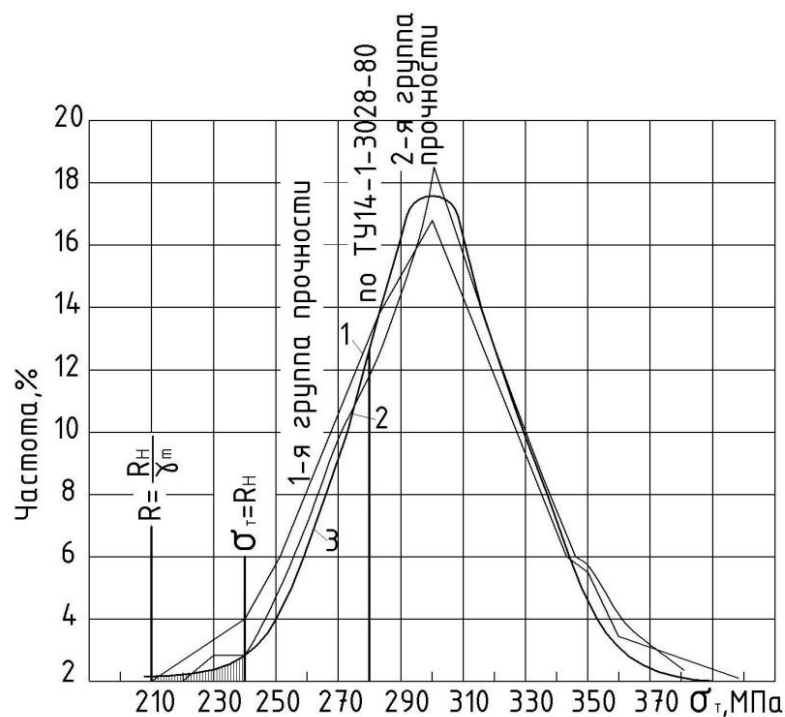


Рис. 1. Статистические кривые распределения предела текучести стали марки Ст3.

1, 2 – по данным разных заводов; 3 – теоретическая кривая Гаусса – сплошная линия.

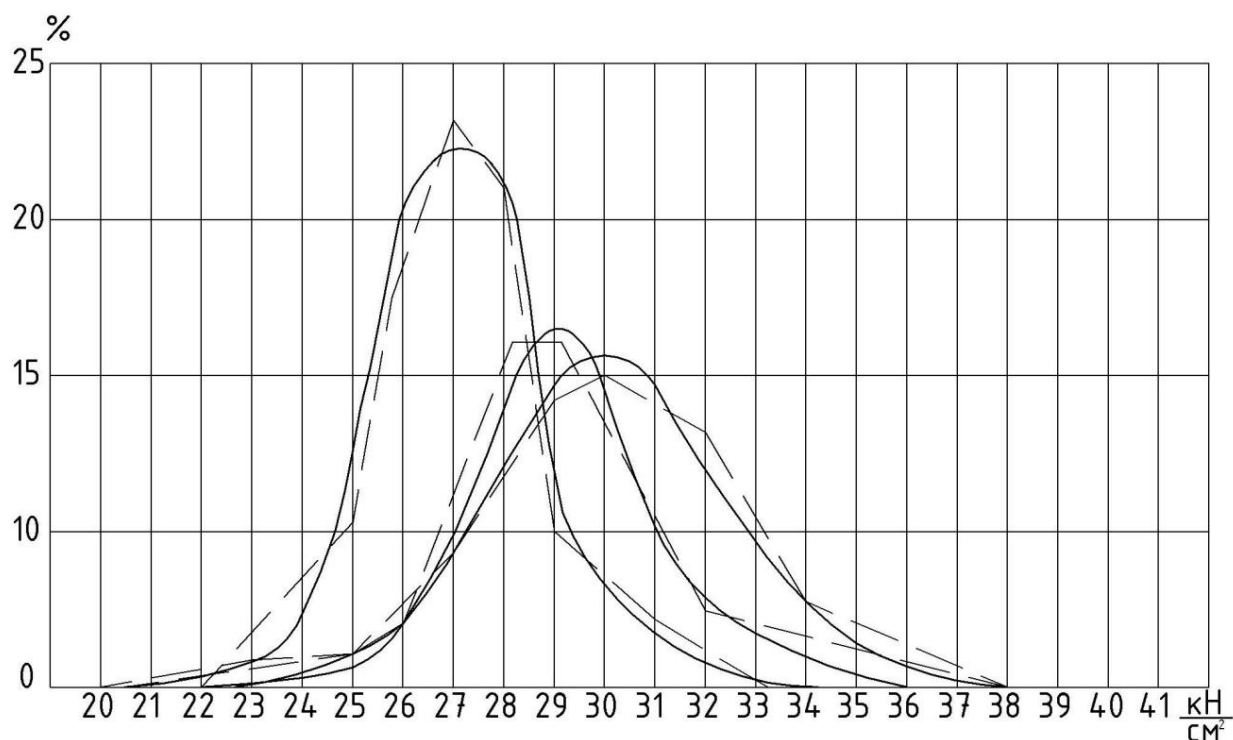


Рис. 2. Кривые распределения предела текучести стали марки Ст3 по результатам испытаний разных лет.

Л е к ц и я 8

Тема : Нормативные и расчётные нагрузки, действующие на здания и сооружения

Территория Российской Федерации разделена на отдельные районы :

8 снеговых районов и 7 ветровых районов. На специальных картах эти районы размечены для каждого района определены снеговые и ветровые нагрузки , которые используются при расчёте и проектировании зданий и сооружений . Далее мы подробно рассмотрим этот вопрос.

И Н Ф О Р М А Ц И Я О Н А Г Р У З К А Х

Классификация нагрузок осуществляется в соответствии с пунктами СП 2.01.07-85* «Нагрузки и воздействия».

По этой классификации нагрузки делятся на:

- постоянные;
- длительные;
- кратковременные;
- особые.

Постоянные нагрузки:

- а. Собственный вес несущих и ограждающих конструкций;
- б. Вес и давление грунтов, насыпей, засыпок.

Длительные нагрузки:

- а. Вес временных перегородок, подливов, подбетонок, под оборудование;
- б. Вес стационарного оборудования: станков, аппаратов, моторов, емкостей, трубопроводов, подъемно транспортных машин, вес жидкостей и твердых заполняющих емкости и трубы;
- в. Нагрузки на перекрытия от складироваемых материалов, стеллажей, холодильников, мебели, зернохранилищ, книгохранилищ, архивов;
- г. Вес людей, нагрузки от мостовых кранов, снега с пониженными нормативными значениями. Например, снег берется с коэффициентом 0,5 как длительная нагрузка.

Кратковременные нагрузки:

- а. Вес оборудования людей, ремонтных материалов, животных с полными нормативными значениями;
- б. Нагрузки от подвижного подъемно-транспортного оборудования, включая мостовых кранов, с полным нормативным значением;
- в. Снеговые нагрузки с полным нормативным значением;
- г. Ветровые, гололедные нагрузки.

Особые нагрузки:

- а. Сейсмические воздействия;
- б. Взрывные воздействия;
- в. Аварийные нагрузки (поломка, обрыв, падение...);
- г. Нагрузки, обусловленные деформациями основания (крен, просадка, разбухание, оползни...);
- д. Температурные воздействия: тепловое укорочение, удлинение; температурные напряжения...

Пояснения к определению нагрузок

1. Сочетания нагрузок выполняются в соответствии с указаниями пунктов СП 20.13330.2016 «Нагрузки воздействия».

2. Нагрузки от мостовых и подвесных кранов определяются в соответствии с требованиями пунктов СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия».

3. Снеговые нагрузки определяются по формуле СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия»:

$$S = S^p \cdot \mu,$$

где μ – коэффициент перехода от веса снегового покрова земли к снеговой нагрузке на покрытие, принимаемый в соответствии с пунктами СП 20.13330.2016.

Нормативное значение S^H снеговой нагрузки определяется умножением расчетного значения S^p на коэффициент 0,7 :

$$S^H = 0,7 \cdot S^p.$$

Расчетное значение S^p веса снегового покрова на 1 м² горизонтальной поверхности земли, принимается в зависимости от снегового района Российской Федерации по данным следующей таблицы.

Снеговые районы Российской Федерации принимаются по карте 1 обязательного приложения 5 к СП 20.13330.2016		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
S^p	кПа	0,8	1,2	1,8	2,4	3,2	4,0	4,8	5,6
	кгс/м ²	80	120	180	240	320	400	480	650

Ниже приводится таблица, составленная по картам 1 и 3, для некоторых городов Российской Федерации

№	Название городов	Снеговые районы по карте 1 СП 20.13330.2016	Ветровые районы по карте 3 СП 20.13330.2016
1	Махачкала	II	V
2	Москва	III	I
3	Ставрополь	II	V
4	Санкт-Петербург	III	I ^a
5	Сыктывкар	V	I
6	Волгоград	II	III
7	Архангельск	IV	III
8	Казань	IV	II
9	Нижний Новгород	IV	I ^a
10	Уфа	IV	II
11	Омск	IV	II
12	Улан-Удэ	I	III
13	Екатеринбург	III	II
14	Южно-Сахалинск	VI	IV
15	Якутск	II	II
16	Магадан	V	IV
17	Новосибирск	II	III
18	Хабаровск	II	III
19	Челябинск	III	II
20	Саратов	III	III
21	Владивосток	II	VI
22	Петропавловск- Камчатский	VI	VII
23	Иркутск	II	III
24	Мурманск	IV	I

4. Ветровые нагрузки определяются в соответствии с пунктами СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия».

Ветровую нагрузку следует определять как сумму средней и пульсационной составляющей. При этом для многоэтажных зданий высотой до 40 и одноэтажных производственных зданий высотой до 36 м. при отношении высоты H к пролету L менее 1,5, размещенных в местностях типов А и В (СП 20.13330.2016 пульсационной составляющей ветровой нагрузки можно пренебречь.

Нормативное значение средней составляющей ветровой нагрузки на высоте Z , над поверхностью земли следует определить по формуле:

$$W = W_0 \cdot k \cdot c,$$

где k – коэффициент, учитывающий изменение ветрового давления на высоте Z , СП 20.13330.2016. Ниже приводится фрагмент этой таблицы.

Высота Z в метрах	Коэффициент k для типов местности		
	A	B	C
≤ 5	0,75	0,50	0,40
10	1,00	0,65	0,40
20	1,25	0,85	0,55
40	1,50	1,10	0,80

В этой таблице типы местности:

A – открытые побережья морей, озер и водохранилищ, пустыни, степи, лесостепи, тундра;

B – городские территории, лесные массивы и другие местности, равномерно покрытые препятствиями высотой более 10 м;

C – городские районы с застройкой зданиями высотой более 25 м.

Аэродинамический коэффициент c , входящий в предыдущую формулу, определяется по пункту 3. СП 20.13330.2016. Нормативное значение ветрового давления на 1 м^2 вертикальной поверхности определяется по следующей таблице.

Ветровые районы России принимаются по карте 3 обязательного приложения 5 к СП 20.13330.2016		I ^a	I	II	III	IV	V	VI	VII
W ₀	кПа	0,17	0,23	0,30	0,38	0,48	0,60	0,73	0,85
	кгс/м ²	17	23	30	38	48	60	73	85

Расчетное значение W_p ветрового давления определяется умножением нормативного значения W_0 на коэффициент надежности по нагрузке $n = 1,4$ (коэффициент перегрузки):

$$W_p = 1,4 \cdot W_0.$$

Возникает вопрос : “ Как определяются нормативные и расчётные значения нагрузок ? “ Далее мы рассмотрим подробно этот вопрос .

Введём гарантии :

$$\Gamma_1 = 0,95$$

$$\Gamma_2 = 0,99$$

Первая гарантия Γ_1 соответствует нормативной нагрузке F_H ,

вторая гарантия Γ_2 соответствует расчётной нагрузке F_p .
Введём плотность распределения вероятностей нагрузки F :

$$f_1(F) .$$

С целью определения нормативных и расчётных значений нагрузки F запишем два интегральных уравнения :

$$\int_{-\infty}^{F_H} f_1(F) dF = \Gamma_1 , \quad \int_{-\infty}^{F_p} f(F) dF = \Gamma_2 .$$

$$F_p > F_H , \quad \Gamma_2 > \Gamma_1$$

$$\Gamma_1 = 0,95 ,$$

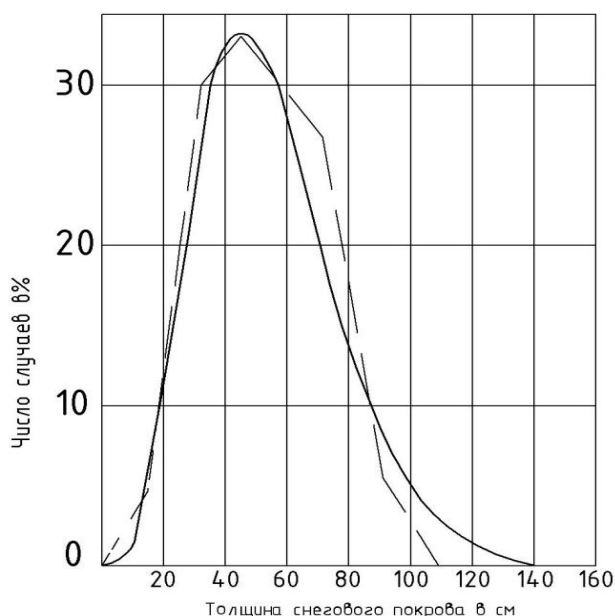
$\Gamma_2 = 0,99$. Здесь мы сохранили без изменения гарантии, которые были приняты при определении расчётных и нормативных значений предела текучести стали (лекция номер 7).

Всё , что было отмечено при рассмотрении интегральных уравнений лекции 7 остаются и здесь без изменения :

Решив предыдущие два интегральных уравнения, можно определить нормативное значение нагрузки F_H и расчётное её значение F_p .

В обычных интегральных уравнениях неизвестная функция входит в подынтегральное выражение. В этих уравнениях неизвестные величины R_H R являются пределами интегралов. Поэтому приведённые выше интегральные уравнения решаются итерационными методами (методом последовательных приближений) .

Отношение расчётного значения нагрузки F_p к нормативному её значению F_H называется коэффициентом надёжности по нагрузкам , или его ещё называют коэффициентом перегрузки :



$$n = \frac{F_p}{F_H} \geq 1 \quad \text{или} \quad F_p = n$$

Кривая распределения значений

Наибольшей толщины снегового
которая была получена на
основе
экспериментальных данных и построения
соответствующей гистограммы .

Л е к ц и я 9

Тема: Модель случайной функции и её применение

Статистическая модель, модель случайной функции, широко применяется в практике экспериментальных и теоретических исследований зданий и сооружений, машин и механизмов, самолётов и ракет, надводных и подводных кораблей ... в этой лекции мы рассмотрим некоторые вопросы модели случайной функции.

Как уже известно, акселерограммы поверхности земли при землетрясениях представляют собой нестационарную случайную функцию времени (нестационарный случайный процесс);

Ветровые снеговые нагрузки также представляют собой случайные функции пространства и времени; физико-механические характеристики конструкционных материалов, которые находятся в элементах строительных конструкций меняются случайным образом, которые также являются случайными функциями координаты; физико-механические характеристики грунтовых оснований представляют собой также случайные функции координаты пространства. Далее для простоты мы изложим применение случайной функции, которые находят широкое применение при исследовании грунтовых массивов и работы зданий и сооружений, покоящихся на этих массивах.

Э к с п е р и м е н т а л ь н ы е с п о с о б ы

о п р е д е л е н и я с т а т и с т и ч е с к и х х а р а к т е р и с т и к
г р у н т о в о г о о с н о в а н и я .

Предположения о стационарности и нормальном распределении вероятностей функций $C_1(x, y)$, $C_2(x, y)$ позволяют, как выше уже отмечалось, охарактеризовать случайные функции их математическими ожиданиями и корреляционными функциями. Эти сведения могут быть получены в результате соответствующей обработки реализаций случайных функций C_1 , C_2 для основных типов грунтов. При этом для каждого грунта эти функции будут, естественно, иметь разные математические ожидания и разные корреляционные функции. Следует заметить, что вопрос об определении характеристик функций $C_1(x, y)$, $C_2(x, y)$ является весьма важным, отправным для излагаемой теории. Между тем проблема получения этих характеристик, являясь чисто экспериментальной, сопряжена с большими трудностями, которые обусловлены тем, что до сих пор нет надежного метода измерения коэффициента пропорциональности упругого основания.

Здесь рассматривается три способа получения информации о статистических неоднородностях упругого грунтового основания.

Известно, что измерения с помощью штампов, вдавливаемых в грунт, имеют существенные недостатки, главный из которых состоит в том, что, определяемая в этих экспериментах величина коэффициента пропорциональности существенным образом зависит от формы и площади подошвы штампа и, следовательно, не является объективной характеристикой грунтового основания. Способ измерения коэффициента постели с помощью одиночных штампов, имеет еще один существенный недостаток: из-за небольших давлений, передаваемых на грунт, обжатым оказывается лишь верхний, сравнительно тонкий слой грунта.

Различные вкрапления, линзы, твердые включения, лежащие ниже этого слоя, не отразятся на результатах эксперимента.

Между тем, сооружение (например, крупнопанельное здание), построенное в этих грунтовых условиях, будет в полной мере испытывать неравномерную осадку, вследствие указанных неоднородностей.

По причинам, перечисленным выше, более обоснованным и не требующим к тому же никаких затрат является предложенный Д. Н. Соболевым, способ получения реализации коэффициента пропорциональности, основанный на использовании данных об осадках уже построенных сооружений, в предположении, что $C_2 = 0$.

Идея этого способа состоит в том, чтобы в качестве "штампов" использовать уже построенные в массовом масштабе сооружения (в частности крупнопанельные здания).

В настоящее время, накоплен значительный фактический материал об осадках зданий, возведенных в самых различных грунтовых условиях (обычные грунты, просадочные лессовые грунты, мерзлые грунты и т.д.)

Если рассматривать здания с продольными несущими стенами, как одномерные балочные системы с приведенной жесткостью на изгиб, то зная натурные графики осадок по длине стен здания, можно обратным ходом определить характер изменения коэффициента пропорциональности

$C_1(x)$ по следующей формуле:

$$C_1(x) = \frac{q - [E\mathfrak{I}] \cdot y^{IV}}{y},$$

где q – нагрузка на 1 п.м., передаваемая зданием на грунт;

$[E\mathfrak{Z}]$ – приведенная жесткость здания на изгиб, определяемая по рекомендациям "Указания по проектированию и строительству крупнопанельных зданий"

y – замеренные в натуре осадки здания.

Взяв достаточное количество графиков осадок одинаковых по типу зданий, построенных на однотипных грунтах, можно получить нужные реализации функции $C_1(x)$. Прodelав эту работу (довольно трудоемкую), для основных типов грунтов, можно, после соответствующей статистической обработки, получить средние значения и корреляционные функции случайных функций.

Вероятностные характеристики функций коэффициента постели, могут затем использоваться для расчета любых упомянутых конструкций, лежащих на неоднородных грунтах. Важно отметить, что при указанном способе определения реализаций коэффициента постели, устраняются недостатки, отмеченные нами для случаев измерения одиночными штампами. В самом деле, характеристика $C_1(x)$ вполне объективно, для данного типа грунта, отражает действительные условия его совместной работы с сооружением. При этом понятие "действительные условия" могут пониматься в самом широком смысле, т.е. на формирование значений математического ожидания, дисперсии и вида корреляционной функции при данном методе их определения повлияют самые разнообразные причины, встретившиеся в тех или иных условиях строительства.

Дело обстоит именно так потому, что при вычислении реализации коэффициента $C_1(x)$ исходной информацией являются натурные данные об осадках зданий.

Основным недостатком изложенного способа является неучет деформаций сдвига грунтового основания, о наличии которых свидетельствует образование лунки за пределами штампа, вдавливаемого в грунт.

В работе [4, 5, 6] рассматривается методика определения корреляционной функции $K_{C_1}(x - x')$, исходя из модели Винклера, а также приводятся результаты испытаний, конкретные экспериментальные корреляционные кривые. Для связных грунтовых оснований влияние сдвигающих факторов составляет значительную долю. В связи с этим возникает необходимость использования модели основания с двумя коэффициентами постели. Ниже приводится методика определения автокорреляционных функций K_{C_1} , K_{C_2} и взаимной корреляционной функции $K_{C_1 C_2}$.

Дифференциальное уравнение осадков $z(x)$ одномерного в плане грунтового основания с двумя переменными коэффициентами постели при действии на дневной поверхности вертикальной распределенной нагрузки интенсивностью $q(x)$ имеет вид:

$$-u(x) \cdot z''(x) + C_1(x) \cdot z(x) = q(x), \quad (1)$$

которое в конечных разностях записывается так:

$$-\left(z_k^{(2)} - 2z_k^{(2)} + z_{k+1}^{(2)}\right) \cdot u_k + C_k \cdot z_k^{(2)} = q_k. \quad (2).$$

Здесь произведение $-u'(x) \cdot z'(x)$ отброшено в виду его малости по сравнению с другими членами дифференциального уравнения (1);

k - номер рассматриваемого узла, h - равномерный шаг разбиения оси,

x - расстояние между центрами штампов в плане,

$$u = C_2, \quad C = C_1.$$

В единственное уравнение (2) входят два неизвестных параметра. Поэтому для разрешения задачи необходимо иметь дополнительное условие. Таким условием, очевидно, является

$$z_{k-1} = z_k = z_{k+1}. \quad (3)$$

С учетом последнего из (3,2) находим

$$C_k = q_k^{(1)} / z_k^{(1)}, \quad (4)$$

где $z_k^{(2)}$ - постоянная величина, не зависящая от индекса k , что следует из равенства (3).

Состояние системы, соответствующее условию (3), будем называть первым, а параметры этого состояния обозначать верхним индексом

$$z_k^{(1)}, \quad q_k^{(1)}.$$

Очевидно, характеристика C_k упругого основания не зависит от состояния системы. Состояние системы, определяемое равномерной интенсивностью нагрузки $q_k^{(2)}$, будем называть вторым. По аналогии с первым состоянием введем обозначения:

$$z_k^{(2)}, \quad z_{k-1}^{(2)}, \quad z_{k+1}^{(2)}, \quad q_k^{(2)}.$$

Величина $q_k^{(2)}$ также постоянная, не зависящая от индекса k .

Таким образом, мы различаем два состояния: первое – осадки всех штампов равны, второе – интенсивность нагрузки на все штампы равномерная. Теперь из уравнения (2) с учетом (4) получаем

$$u_{\kappa} = h^2 \cdot \left[\frac{q_{\kappa}^{(1)} \cdot z_{\kappa}^{(2)}}{z^{(1)}} - q^2 \right] : \left(z_{\kappa-1}^{(2)} - 2 \cdot z_{\kappa}^{(2)} + z_{\kappa+1}^{(2)} \right). \quad (5)$$

Здесь $z^{(2)}$ и $q^{(2)}$ – соответственно постоянные первого и второго состояний.

Поскольку каждая характеристика $c(x)$ и $u(x)$ представляется лишь только одной реализацией, то при обработке опытного материала, вместо усреднения ординат случайных функций с одинаковыми абсциссами, производим усреднение ординат с различными абсциссами для одной и той же реализации. Такая операция справедлива, если изучаемые случайные функции – эргодические то есть, если соответствующие корреляционные кривые бесконечно убывают с ростом разности абсцисс:

$$\lim_{(x-x') \rightarrow \infty} K_c(x-x') = 0.$$

Этому условию отвечают свойства статистических неоднородностей реальных грунтовых оснований. Для получения "хороших" результатов необходимо штампы расположить в плане по прямой, на довольно большом отрезке. Влияние краевых эффектов можно исключить отбрасыванием характеристик, соответствующих крайним нескольким штампам.

Теперь, зная реализации первого и второго коэффициентов постелей (4), (5), нетрудно определить по известным формулам средние значения

$$\bar{C} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{\kappa=1}^n C_{\kappa}, \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{\kappa=1}^n u_{\kappa},$$

дисперсии

$$D_c = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{\kappa=1}^n (C_{\kappa} - \bar{C})^2, \quad D_u = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{\kappa=1}^n (u_{\kappa} - \bar{u})^2,$$

$$D_{uc} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{\kappa=1}^n (C_{\kappa} - \bar{C}) \cdot (u_{\kappa} - \bar{u})$$

и корреляционные функции

$$K_c(m \cdot h) = \frac{1}{n-m} \cdot \sum_{\kappa=1}^{n-m+1} (C_{\kappa+m-1} - \bar{C}) \cdot (C_{\kappa} - \bar{C}).$$

$$K_u(m \cdot h) = \frac{1}{n-m} \cdot \sum_{\kappa=1}^{n-m+1} (u_{\kappa+m-1} - \bar{u}) \cdot (u_{\kappa} - \bar{u}),$$

$$K_{uc}(m \cdot h) = \frac{1}{n-m} \cdot \sum_{\kappa=1}^{n-m+1} (u_{\kappa+m-1} - \bar{u}) \cdot (C_{\kappa} - \bar{C}),$$

где $m, \kappa = 1, 2, 3, \dots$, n — количество штампов или количество дискретных значений коэффициентов жесткости основания.

Введем нормированные корреляционные функции

$$K_c^H(m \cdot h) = K_c(m \cdot h) / D_c,$$

$$K_u^H(m \cdot h) = K_u(m \cdot h) / D_u,$$

$$K_{uc}^H(m \cdot h) = K_{uc}(m \cdot h) / D_{uc}.$$
(6)

Для аппроксимации экспериментальных корреляционных кривых можно воспользоваться аналитическими выражениями. (6)

Для расчета двумерных в плане инженерных сооружений необходимо исходить из дифференциального уравнения, аналогичного (1),

$$-U(x, y) \cdot \nabla^2 \cdot Z(x, y) + c(x, y) \cdot Z(x, y) = q(x, y), \quad (7)$$

где ∇^2 — оператор Лапласа.

Если статистические характеристики грунтового основания не зависят от направления,

то есть неоднородности основания представляют собой случайное однородное изотропное скалярное поле, то, зная корреляционные кривые $K(r - r')$ (6) одномерных случайных функций, можно выразить соответствующие корреляционные функции и для случая двумерных в плане оснований:

$$K(x - x', y - y') = K(r - r') = K \left[\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \right].$$

Если указанная выше изотропность нарушается, то следует исходить из разностного уравнения, соответствующего (7):

$$-h^{-2} \cdot u_{i\kappa} \cdot (z_{i-1,\kappa} + z_{i+1,\kappa} + z_{i,\kappa-1} + z_{i,\kappa+1} - 4 \cdot z_{i\kappa}) +$$

$$+ C_{i\kappa} \cdot z_{i\kappa} = q_{i\kappa},$$

где q — интенсивность нагрузки,

i, κ — номера ячеек сетки, на которые разбирается исследуемая площадь (i — по оси x , κ — по оси y).

Система, аналогичная (3), имеет вид:

$$z_{i-1,\kappa} = z_{i+1,\kappa} = z_{i,\kappa-1} = z_{i,\kappa+1} = z_{i\kappa}. \quad (8)$$

Как и ранее находим

$$C_{i\kappa} = q_{i\kappa}^{(1)} / z^{(1)}.$$

По аналогии с формулой (5)

$$u_{i\kappa} = \frac{h^2 \cdot \left[q_{i\kappa}^{(1)} \cdot z_{i\kappa}^{(2)} / z^{(1)} - q^{(2)} \right]}{z_{i-1,\kappa}^{(2)} + z_{i+1,\kappa}^{(2)} + z_{i,\kappa-1}^{(2)} + z_{i,\kappa+1}^{(2)} - 4 \cdot z_{i\kappa}^{(2)}}.$$

Здесь $z^{(2)}$, $q^{(2)}$ – постоянные первого и второго состояний системы, не зависящие от индексов $i\kappa$, $h^2 = h \times h$ – произведение размеров ячейки квадратной сетки, на которые разбивается исследуемая площадь или, то же самое, h – длина стороны квадратного штампа. Формулы для определения математических ожиданий и корреляционных функций записываются по аналогии с формулами для одномерного в плане оснований.

Первое состояние системы характеризуется выполнением условий (3) или (8). Так как основание неоднородное, то практически необходимо варьировать интенсивностью нагрузки q_{κ} таким образом, чтобы обеспечить одинаковую осадку $z^{(1)} = \text{const.}$ центров всех штампов. При этом нужно зафиксировать $z^{(1)}$ и все $q_{\kappa}^{(1)}$. После чего, изменяя $q_{\kappa}^{(1)}$, можно обеспечить равномерную интенсивность нагрузки $q^{(2)} = \text{const.}$ на все штампы (второе состояние). В этом состоянии фиксируются $q^{(2)}$ и все $z_{\kappa}^{(2)}$. Найденные таким образом значения подставляются в формулы, приведенные выше.

Заметим, что размеры штампов в изложенной методике не влияют на величины коэффициентов жесткости, как это имеет место в экспериментах с одиночными штампами. Действительно, если эксперименты ставятся для получения информации о неоднородностях грунтового основания под ленточный фундамент, то, взяв ширину штампов, равной ширине проектируемого фундамента, мы обеспечиваем совпадение условий работы основания в период проведения эксперимента и эксплуатации. Конечно, от ширины штампов будет зависеть величина характеристик жесткости основания. Однако расчеты, проведенные с использованием этих характеристик, будут достоверными, поскольку влияние ширины фундамента здания на величину реакции основания уже учтено при определении коэффициентов постели штампами. Другой размер штампов (длина штампа) не отразится в величинах коэффициентов жесткостей постелей (постели), поскольку другого размера нет как такового: штампы, уложенные непрерывно в плане, вдавливаются одновременно в грунт. При этом отсчеты

снимаются, как уже говорилось выше, при загрузке всех штампов одинаковой силой и при одинаковых осадках для всех штампов.

Если определяется информация о неоднородностях основания под двумерные в плане сооружения, то штампы укладываются непрерывно по всей исследуемой поверхности. Влияние размеров штампов на характеристики подстилающего массива здесь также исключается. Можно было определить характеристики грунта, загружая его поверхность непосредственно распределенной вертикальной нагрузкой (без штампов). Однако такое загрузке связано с неудобствами. Таким образом, роль штампов (в двумерном случае) сводится к обеспечению возможности удобного загрузке поверхности грунтового основания и снятия отсчетов по приборам. Надо отметить, что одновременное загрузке всех штампов обеспечивает полное проявление неоднородностей основания. Здесь напряженное состояние грунтового массива достигает глубоких слоев и поэтому различные линзовые включения и твердости в достаточной степени отразятся в величинах осадков штампов. В случае загрузке одиночными штампами величина вертикальной силы не создает необходимого напряженного состояния, обеспечивающего полного проявления неоднородностей. Единственный недостаток этого способа, на наш взгляд, это необходимость в дополнительных затратах для проведения эксперимента. Мы рассмотрели два способа определения средних значений и корреляционных функций коэффициентов постели. Приведем еще один способ построения статистических характеристик, основанный на лабораторных испытаниях грунтовых монолитов. Лабораторными исследованиями физико-механических характеристик монолитов, взятых в различных точках грунтового основания, можно установить пространственную реализацию модуля общей деформации $E = E(x, y, z)$. При этом достоверные результаты можно получить, если количество исследуемых монолитов, взятых в различных точках грунтового массива, значительное. Однако, используя уже накопленные фактические данные, имеющиеся в лабораториях механики грунтов, получение информации о неоднородностях однотипных грунтов можно намного облегчить.

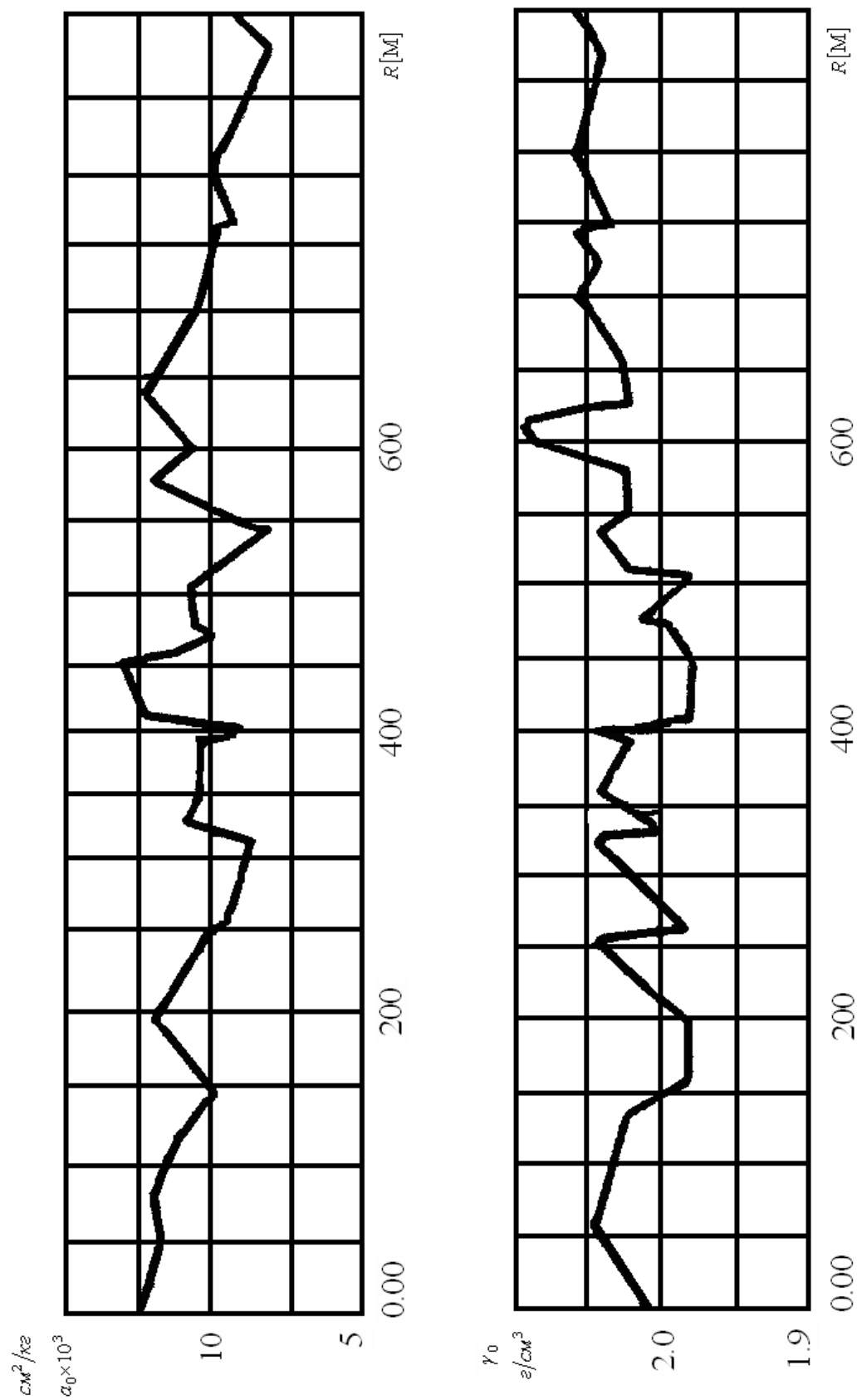


Рис. 3.1 Пространственные реализации изменения в плане объемного веса и обратного значения модуля деформации грунтового массива

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad a_0 = E^{-1}$$

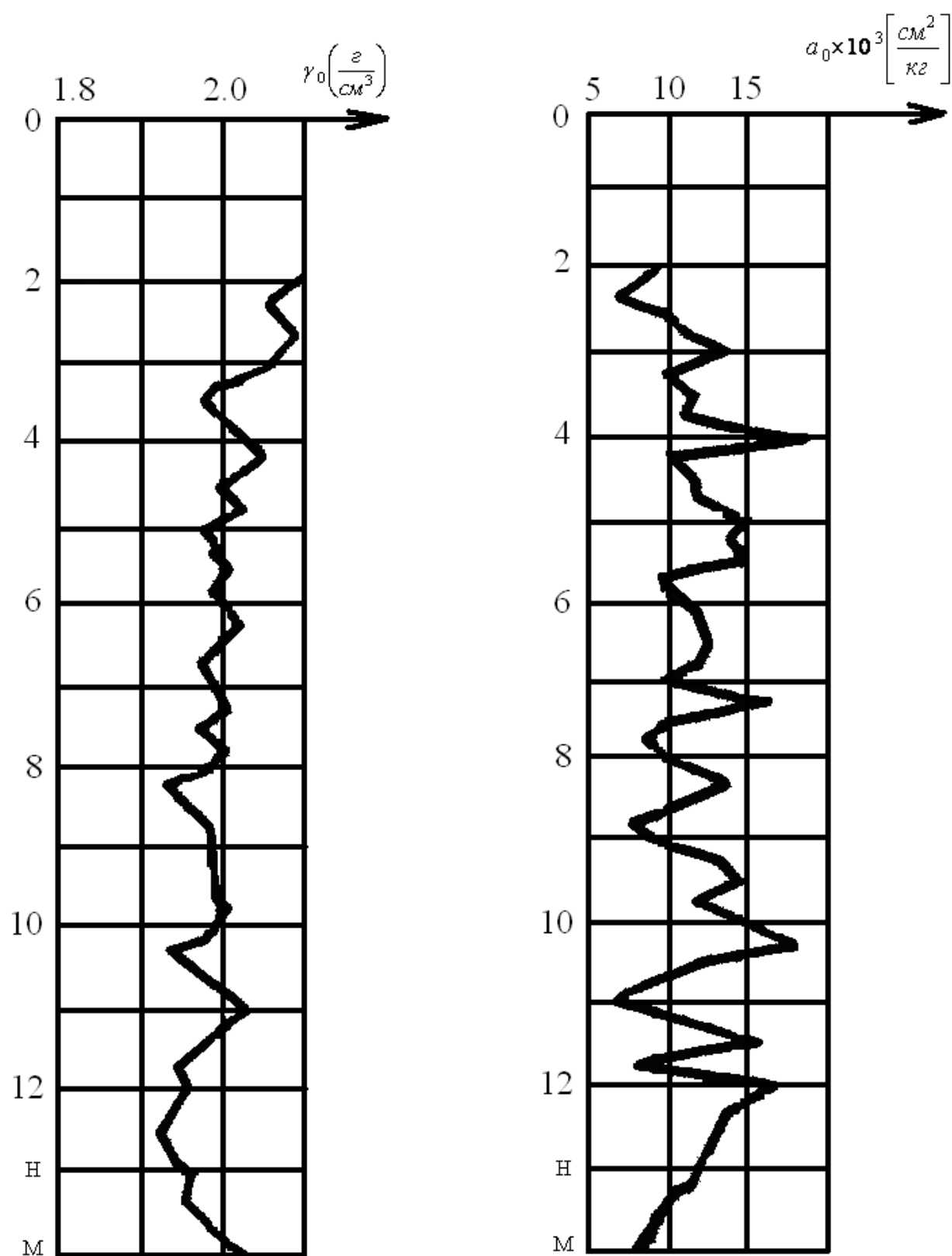


Рис. 3.2. Реализации изменения по глубине объемного веса и обратного значения модуля общей деформации $\alpha_0 = E^{-1}$.

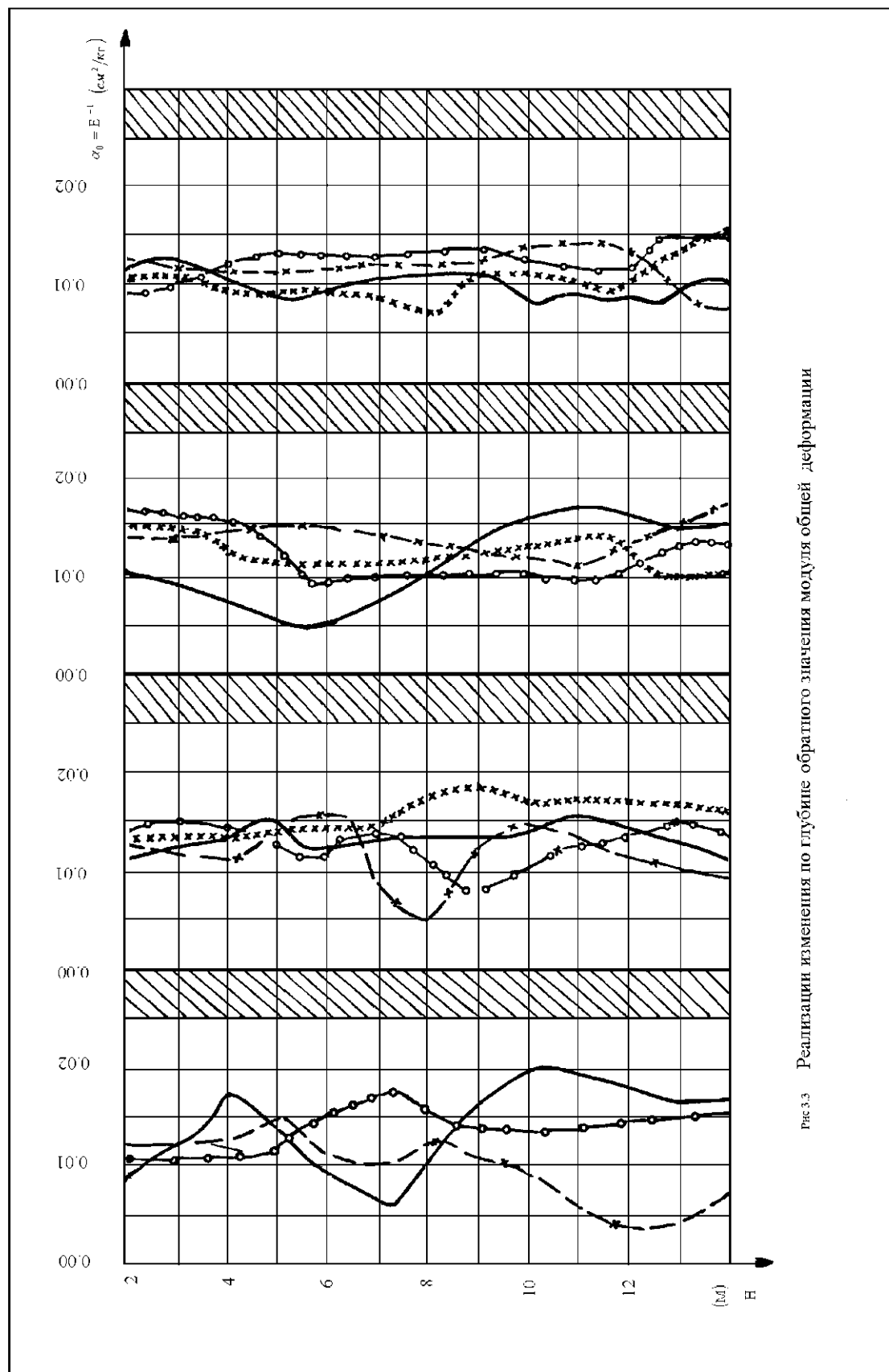


Рис 3.3 Реализации изменения по глубине обратного значения модуля общей деформации

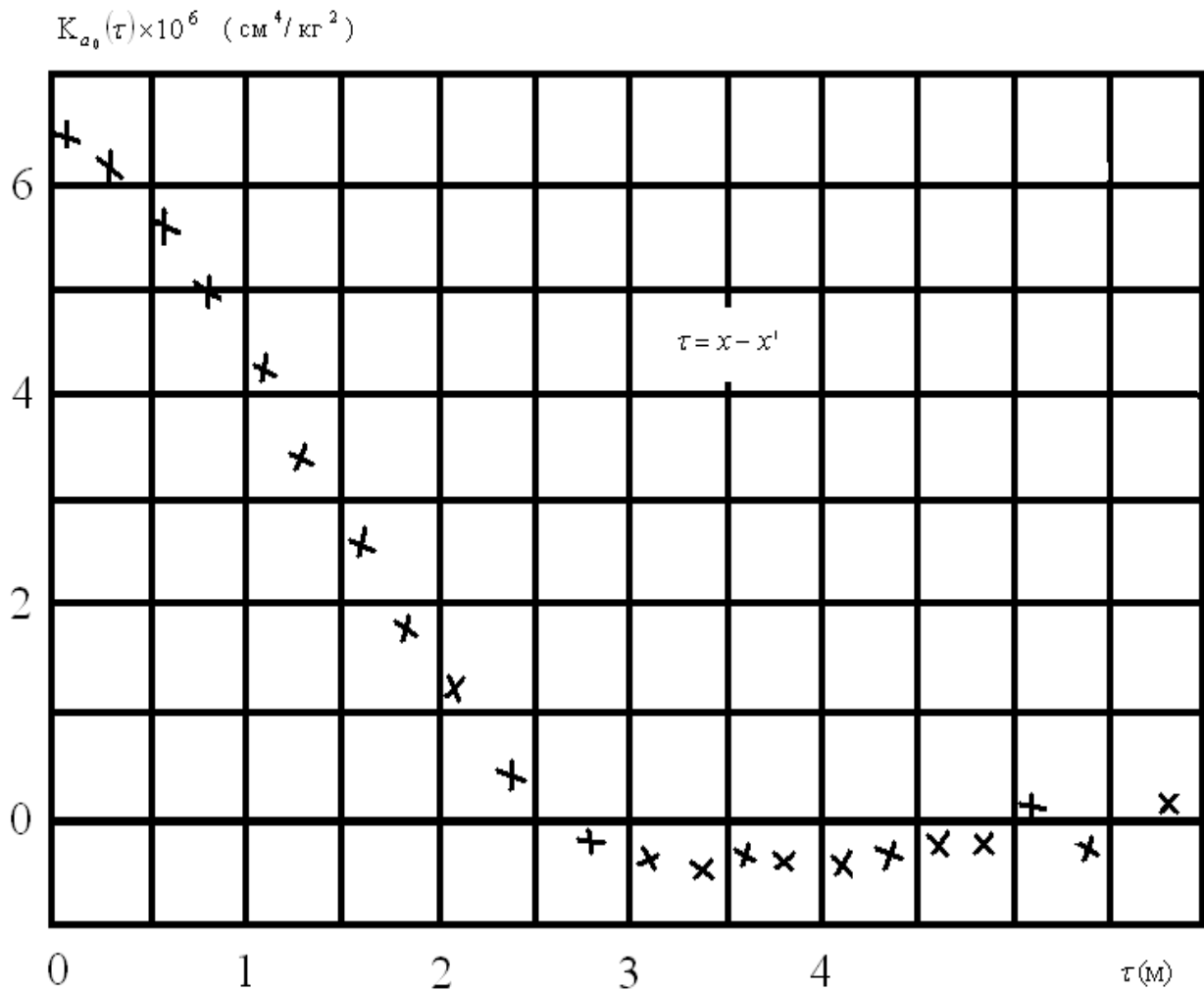


Рис. 3.4 Экспериментальная корреляционная кривая, полученная на основе статистической обработки пространственных реализаций, приведенных на рис. 3.3 .

$K_{a_0} = S^2 e^{-\alpha \tau^2} \cos \beta \tau$ — аппроксимирующая корреляционная функция.

Параметры : $S^2 = 6.3 \times 10^{-6} \text{ (см}^4/\text{кг}^2\text{)}, \alpha = 0.12 \text{ (м}^{-1}\text{)},$

$\beta = 0.56 \text{ (м}^{-1}\text{)}, \alpha_0 = \text{Е}^{-1}$

Среднее значение $\bar{a}_0 = 12.5 \times 10^{-3} \left[\frac{\text{см}^2}{\text{кг}} \right]$.

Отношение $\frac{S}{\bar{a}_0} = \frac{2.51 \times 10^{-3}}{12.5 \times 10^{-3}} = 0.2$

В частности, такими фактическими результатами исследований физико-механических показателей инженерно-геологических условий, накопленными в течение последних 30 лет, располагает лаборатория механики грунтов Дагестанского Государственного Технического Университета.

Приведенная методика особенно удобна, если прослеживается изотропность в проявлении неоднородностей грунтового массива.

В силу предполагаемой стационарности, статистической обработкой на компьютере результатов лабораторных испытаний, можно определить среднее значение $\bar{E}$ и корреляционную функцию $K_E(x - x', y - y', z - z')$ модуля общей деформации. Здесь мы имеем дело с трехмерным скалярным случайным полем.

Располагая модулем общей деформации, можно определить коэффициента постели, как двумерные случайные функции координаты.

Средние значения этих коэффициентов определяются формулами:

$$\bar{C}_1(x, y) = \frac{1}{1 - \mu_0^2} \cdot \int_0^H \bar{E}(x, y, z) \cdot [\Phi'(z)]^2 dz ,$$

$$\bar{C}_2(x, y) = \frac{1}{2(1 - \mu_0)} \cdot \int_0^H \bar{E}(x, y, z) \cdot \Phi^2(z) dz ,$$

а центрированные случайные составляющие представляются так:

$$\tilde{C}_1(x, y) = \frac{1}{1 - \mu_0^2} \cdot \int_0^H \tilde{E}(x, y, z) \cdot [\Phi'(z)]^2 dz ,$$

$$\tilde{C}_2(x, y) = \frac{1}{2(1 - \mu_0)} \cdot \int_0^H \tilde{E}(x, y, z) \cdot \Phi^2(z) dz . \quad (9)$$

Здесь $\mu_0 = \text{const}$ – коэффициент Пуассона основания, предполагается постоянным в виду его малого изменения. H – толщина сжимаемого слоя основания, в частном случае $H \rightarrow \infty$, $\Phi(z)$ – закон затухания осадок по глубине при единичном перемещении дневной поверхности. Методика определения функции $\Phi(z)$ было дано Леонтьевым Н.Н. В частности, ее можно принять в виде

$$\Phi(z) = sh\gamma(H - z) / sh\gamma H ,$$

или

$$\Phi(z) = e^{-\alpha^* \cdot z^2} \cdot \left(\sum_{\kappa=0}^n \beta_{\kappa} z^{\kappa} \right), \quad (10)$$

где $\kappa = 0, 1, 2, 3, \dots, n$; α^*, β_{κ} — постоянные, подбираемые по экспериментальным данным или теоретическим результатам решений задачи о полуплоскости или полупространстве. Строго говоря, для статистически неоднородных грунтовых оснований функция глубины $\Phi(z)$ должна быть случайной. Очевидно, случайная составляющая этой функции будет незначительной по сравнению с соответствующей составляющей для модуля общей деформации. Если основание однородно по глубине, а статистические неоднородности представляют в плане двумерное случайное поле, то формулы (9) упрощаются. Для этого случая функция глубины $\Phi(z)$ детерминирована, а модуль общей деформации

$$E = \bar{E}(x, y) + \tilde{E}(x, y).$$

На рис. (1 - 4) приведены пространственные реализации объемного веса γ_0 и обратного значения модуля общей деформации $a_0 = E^{-1}$ грунтового массива одного из районов города Махачкалы.

Приведенные здесь методы и алгоритмы могут найти применение при экспериментальных исследованиях и при решениях инженерных задач.

Л И Т Е Р А Т У Р А

№	Комплект необходимой литературы	Автор	Издательство и год
1	Обследование испытание сооружений	Лужин О.В. Волохов В.А.	М. Стройиздат. -1987 г.
2	Испытание строительных конструкций	Золотухин Ю.Д.	Выс.шк.-1983 г.
3	Зависимость модуля деформации основания от глубины заложения опоры. « Основания, фундаменты и подземные сооружения», Тр.IV конференции молодых научных работников.	Афанасьева М.Л., Егоров А.И.	М., 1968 г.
4	Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений	Болотин В.В.	Издательство литературы по стр-ву, М.,1971
5	Теория случайных функций,	Пугачев В.С.	Физматгиз, М., 1960.
6	Введение в теорию вероятностей,	Пугачев В.С.	«Наука», М.,1968.
7	«Металлические конструкции в вопросах и ответах». ГУП «Типография ДНЦ РАН », г. Махачкала 2008	Юсупов А.К.	ГУП «Типография ДНЦ РАН », Г. Махачкала 2008
8	Статистические методы анализа и обработки наблюдений « Издательство наука	Пустыльник Е.И	
9	СП 470.1325800.2019 «Конструкции стальные. Правила производства работ»	Конин Д.В. Нахвальнов П. В.	АО «НИЦ „Строительство“»
10,	СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения» (СНиП 52-01-2003).	Журавская Т.А	НИЦ «ИНФРА-М»
11	СП 64.13330.2017 «Деревянные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-25-80»	«Конструкции из дерева и ластмасс» авторов Лейер Д.В., Рябухин А. К.,	Изд-во Политехн. ун-та, 2013)

		Маций С. И	
12	СП 20.13330.2016 «Свод правил. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85»	ЦНИИСК им. Кучеренко В. А., АО «НИЦ „Строительство“» (кандидаты техн. наук Попов Н. А., Лебедева И. В., д-р техн. наук Ведяков И. И.	«Стандартинформ», Москва, 2018