

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Баламирзоев Назим Лиодинович
Должность: Ректор
Дата подписания: 07.07.2025 14:43:51
Уникальный программный ключ:
5cf0d6f89e80f49a334f6a4ba9de9d13316b9916

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра СК и ГТС



УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к решению задач по дисциплине «Преднапряженные
конструкции» для студентов направления подготовки
магистров 08.04.01 Строительство

Махачкала - 2024

Учебно-методические указания к решению задач по дисциплине
«Преднапряженные конструкции» для студентов направления подготовки
магистров 08.04.01 Строительство. Махачкала: ДГТУ, 2024. - 45с.

В учебно-методических указаниях приведены примеры расчета изгибаемых, сжатых и растянутых преднапряженных элементов по первой и второй группе предельных состояний.

Учебно-методические указания предназначены для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки магистров 08.04.01 Строительство и могут быть использованы студентами всех строительных специальностей, изучающих преднапряженные конструкции.

Составители: д.т.н., доцент Муселемов Х.М.
к.т.н., доцент Вишталов Р.И.
доцент Булгаков А.И.

Рецензенты: К.т.н., доцент факультета информационных
технологий и инженерии ДГУНХ
Акаев А.И.

Зав. кафедрой ТСиСМ ДГТУ
д.т.н., профессор Агаханов Э.К.

Печатается по постановлению Совета Дагестанского государственного
технического университета №..... от 2024 г

Содержание

Введение.....	4
1. Расчет потерь предварительных напряжений изгибаемых железобетонных элементов	5
2. Расчет прочности изгибаемых преднапряженных железобетонных элементов прямоугольных сечений.....	13
3. Расчет прочности изгибаемых преднапряженных железобетонных элементов таврового сечения.....	16
4. Расчет прочности изгибаемых элементов по наклонным сечениям.....	28
5. Примеры решения задач по сжатым и растянутым ж/б элементам.....	30
Приложения.....	35
Список литературы.....	45

Введение

Учебно-методические указания к практическим занятиям посвящены решению задач по расчетам прочности изгибаемых, сжатых и растянутых напрягаемых элементов железобетонных конструкций. В них приведены основы теории расчета прочности по нормальным и наклонным сечениям, подробные числовые примеры с анализом их результатов. УМУ содержат необходимые графические иллюстрации и приложения, где приведены основные сведения о бетонах, арматурных сталях, и таблицы для расчета изгибаемых, сжатых и растянутых элементов.

Учебно-методические указания составлены с учетом нормативных требований к преднапряженным конструкциям на основании программы дисциплины «Преднапряженные конструкции» и отвечают требованиям ГОСТ по направлению подготовки магистров Строительство.

В УМУ использована международная система единиц СИ и стандартизированные условные обозначения.

УМУ предназначены к практическим занятиям по преднапряженным конструкциям для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки магистров Строительство. Они могут быть использованы студентами и других строительных специальностей, изучающих строительные конструкции. УМУ могут оказаться полезными также для подготовки инженеров строителей и проектировщиков.

1. Расчет потерь предварительных напряжений изгибаемых железобетонных элементов

Пример 1. Дано: плита покрытия размером 1,5×6 м; поперечное сечение - по рис.1; бетон класса В25 ($E_b = 30000$ МПа); передаточная прочность бетона $R_{bp} = 17,5$ МПа; напрягаемая арматура класса А600 ($R_{s,n} = 600$ МПа, $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа); площадь сечения $A_{sp} = 201$ мм² (1Ø6), ненапрягаемая арматура сжатая и растянутая класса А400 площадью сечения $A_s = A'_s = 50,3$ мм² (1Ø8); способ натяжения арматуры электротермический; технология изготовления плиты агрегатно-поточная с применением пропаривания; масса плиты 1,3 т.

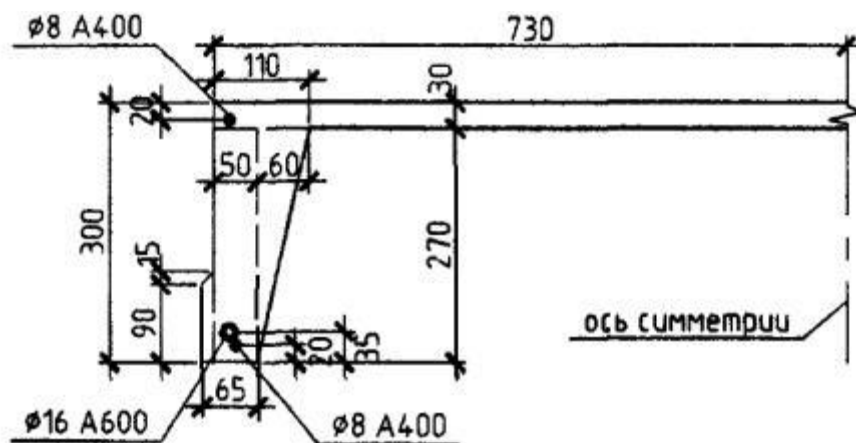


Рис.1. К примеру расчета 1.

Требуется определить значение и точку приложения усилия предварительного обжатия $P_{(1)}$ с учетом первых потерь и P с учетом всех потерь для сечения в середине пролета, принимая максимально допустимое натяжение арматуры.

Расчет. Ввиду симметрии сечения расчет ведем для половины сечения плиты, Определяем геометрические характеристики приведенного сечения согласно п. 2.33 (3), принимая $\alpha = E_s/E_b = 20 \cdot 10^4/3 \cdot 10^4 = 6,67$:

площадь бетона

$$A = 730 \cdot 30 + 50 \cdot 270 + 60 \cdot 270/2 + 97,5 \cdot 15 = 21900 + 13500 + 8100 + 1462,5 = 44962,5 \text{ мм}^2;$$

приведенная площадь

$$A_{red} = A + \alpha A_{sp} + \alpha A_s + \alpha A'_s = 44962,5 + 6,67 \cdot 201 + 6,67 \cdot 50,3 \cdot 2 = 44962,5 + 1340,7 + 671 = 46974 \text{ мм}^2;$$

статический момент сечения бетона относительно нижней грани ребра

$$S = 21900 \cdot 285 + 13500 \cdot 135 + 8100 \cdot 180 + 1462,5 \cdot 48,7 = 9593200 \text{ мм}^3;$$

расстояние от центра тяжести приведенного сечения до нижней грани ребра

$$y = \frac{S + \alpha A_{sp} a_p + \alpha A_s a_s + \alpha A'_s (h - a'_s)}{A_{red}} = \frac{9593200 + 1340,7 \cdot 35 + 335,5 \cdot 20 + 335,5(300 - 20)}{46974} = 207,4 \text{ мм};$$

$$y_{sp} = y - a_p = 207,4 - 35 = 172,4 \text{ мм};$$

$$y_s = y - a_s = 207,4 - 20 = 187,4 \text{ мм};$$

$$y'_s = h - a'_s - y = 300 - 20 - 207,4 = 72,6 \text{ мм};$$

момент инерции приведенного сечения

$$I_{red} = I + \alpha A_{sp} y_{sp}^2 + \alpha A_s y_s^2 + \alpha A'_s y'_s{}^2 = (730 \cdot 30^3)/12 + 21900(285 - 207,4)^2 + (50 \cdot 270^3)/12 + 13500(207,4 - 135)^2 + (60 \cdot 270^3)/36 + 8100(207,4 - 180)^2 + (15 \cdot 97,5^3)/12 + 1462,5(207,4 - 48,7)^2 + 1340,7 \cdot 172,4^2 + 335,5 \cdot 187,4^2 + 335,5 \cdot 72,6^2 = 4,166 \cdot 10^8 \text{ мм}^4.$$

Согласно п. 2.25 (3) максимально допустимое значение σ_{sp} без учета потерь равно

$$\sigma_{sp} = 0,9 R_{s,n} = 0,9 \cdot 600 = 540 \text{ МПа}.$$

Определим первые потери.

Потери от релаксации напряжений в арматуре согласно п. 2.27 (3) равны

$$\Delta \sigma_{sp1} = 0,03 \cdot \sigma_{sp} = 0,03 \cdot 540 = 16 \text{ МПа}.$$

По агрегатно-поточной технологии изделие при пропаривании нагревается вместе с формой и упорами, поэтому температурный перепад между ними равен нулю и, следовательно, $\Delta \sigma_{sp2} = 0$.

Потери от деформации формы $\Delta \sigma_{sp3}$ и анкеров $\Delta \sigma_{sp4}$ при электротермическом натяжении арматуры равны нулю.

Таким образом, сумма первых потерь равна $\Delta \sigma_{sp(1)} = \Delta \sigma_{sp1} = 16 \text{ МПа}$, а усилие обжатия с учетом первых потерь равно $P_{(1)} = A_{sp}(\sigma_{sp} - \Delta \sigma_{sp(1)}) = 201(540 - 16) = 105324 \text{ Н}$.

В связи с отсутствием в верхней зоне напрягаемой арматуры (т.е. при $A'_s = 0$) из формулы 2.10 из (3) имеем $e_{0p1} = y_{sp} = 172,4 \text{ мм}$.

В соответствии с п. 2.34 (3) проверим максимальное сжимающее напряжение бетона σ_{bp} от действия усилия $P_{(1)}$, вычисляя σ_{bp} по формуле 2.8 (3) при $y_s = y = 207,4$ мм и принимая момент от собственного веса M равным нулю:

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)}e_{0p}y_s}{I_{red}} = \frac{105324}{46974} + \frac{105324 \cdot 172,4 \cdot 207,4}{4,166 \cdot 10^8} =$$

$$= 11,28 \text{ МПа} < 0,9R_{bp} = 0,9 \cdot 17,5 = 15,75 \text{ МПа},$$

т.е. требование п. 2.34 (3) выполняется.

Определяем вторые потери напряжений согласно пп. 2.31 (3) и 2.32 (3).

Потери от усадки равны $\Delta\sigma_{sp5} = 0,0002 \cdot 2 \cdot 10^5 = 40 \text{ МПа}$.

Потери от ползучести определяем по формуле 2.7 (3), принимая значения $\varphi_{b,cr}$ и E_b по классу бетона В25 (поскольку $R_{bp} = 0,7B$), т.е. согласно табл. 2.6 $\varphi_{b,cr} = 2,5$, согласно табл. 2.5 $E_b = 3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; $\alpha = E_s/E_b = 6,67$;

$$\mu_{sp} = A_{sp}/A = 201/44962,5 = 4,47 \cdot 10^{-3}.$$

Определим напряжение бетона на уровне арматуры S по формуле 2.8 (3) при $y_s = y_{sp} = 172,4$ мм. Для этого определяем нагрузку от веса половины плиты (см. п. 2.12 (3))

$$q_w = 0,5 \cdot 1300 \cdot 0,01/6 = 1,083 \text{ кН/м};$$

и момент от этой нагрузке в середине пролета

$$M = q_w l^2/8 = 1,083 \cdot 5,7^2/8 = 4,4 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(здесь $l = 5,7$ м - расстояние между прокладками при хранении плиты); тогда

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)}e_{0p}y_s}{I_{red}} - \frac{My_s}{I_{red}} = \frac{105324}{46974} + \frac{105324 \cdot 172,4^2}{4,166 \cdot 10^8} - \frac{4,4 \cdot 10^6 \cdot 172,4}{4,166 \cdot 10^8} = 7,94 \text{ МПа}.$$

Напряжение бетона на уровне арматуры S' (т.е. при $y_s = y'_s = 72,6$ мм)

$$\sigma'_{bp} = \frac{105324}{46974} - \frac{105324 \cdot 172,4 \cdot 72,6}{4,166 \cdot 10^8} + \frac{4,4 \cdot 10^6 \cdot 72,6}{4,166 \cdot 10^8} = -0,16 \text{ МПа} < 0,0.$$

Потери от ползучести

$$\Delta\sigma_{sp6} = \frac{0,8\varphi_{d,\sigma}\alpha\sigma_{dp}}{1 + \alpha\mu_{sp}\left(1 + \frac{e_{0p}y_s A_{red}}{I_{red}}\right)(1 + 0,8\varphi_{d,\sigma})} =$$

$$= \frac{0,8 \cdot 2,5 \cdot 6,67 \cdot 7,94}{1 + 6,67 \cdot 4,47 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{172,4^2 \cdot 46974}{4,166 \cdot 10^8}\right)(1 + 0,8 \cdot 2,5)} = 76,25 \text{ МПа.}$$

Вторые потери для арматуры S равны

$$\Delta\sigma_{sp\{2\}} = \Delta\sigma_{sp5} + \Delta\sigma_{sp6} = 40 + 76,2 = 116,2 \text{ МПа.}$$

Суммарная величина потерь напряжения

$$\Delta\sigma_{sp\{1\}} + \Delta\sigma_{sp\{2\}} = 16 + 116,2 = 132,2 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа,}$$

следовательно, требование п. 2.36 (3) выполнено и потери не увеличиваем.

Напряжение σ_{sp2} с учетом всех потерь равно

$$\sigma_{sp2} = 540 - 132,2 = 407,8 \text{ МПа.}$$

Усилие обжатия с учетом всех потерь напряжений P определяем по формуле 2.17 (3). При этом сжимающее напряжение в ненапрягаемой арматуре σ_s условно принимаем равным вторым потерям напряжений, вычисленным для уровня расположения арматуры S , т.е. $\sigma_s = \sigma_{sp2} = 116,2 \text{ МПа}$, а поскольку $\sigma'_{bp} < 0$, напряжение σ'_s принимаем равным нулю.

$$P = \sigma_{sp2}A_{sp} - \sigma_s A_s = 407,8 \cdot 201 - 116,2 \cdot 50,3 = 76123 \text{ Н;}$$

Эксцентриситет усилия P равен

$$e_{0p} = (\sigma_{sp2}A_{sp}y_{sp} - \sigma_s A_s y_s)/P = (407,8 \cdot 201 \cdot 172,4 - 116,2 \cdot 50,3 \cdot 187,4)/76123 =$$

$$171,2 \text{ мм.}$$

Пример 2. Дано: свободно опертая балка с поперечным сечением по рис.2; бетон класса В40 ($E_b = 36000 \text{ МПа}$); передаточная прочность бетона $R_{bp} = 20 \text{ МПа}$; напрягаемая арматура класса К1400 ($R_{sn} = 1400 \text{ МПа}$, $E_s = 18 \cdot 10^4 \text{ МПа}$) площадью сечения: в растянутой зоне $A_{sp} = 1699 \text{ мм}^2$ (12Ø15), в сжатой зоне $A'_{sp} = 283 \text{ мм}^2$ (2Ø15); способ натяжения механический на упоры стенда; бетон подвергается пропариванию; длина стенда 20 м; масса балки 11,2 т, длина балки $l = 18 \text{ м}$.

Требуется определить величину и точку приложения усилия предварительного обжатия с учетом первых потерь $P_{(1)}$ и с учетом всех потерь P для сечения в середине пролета, принимая максимально допустимое натяжение арматуры.

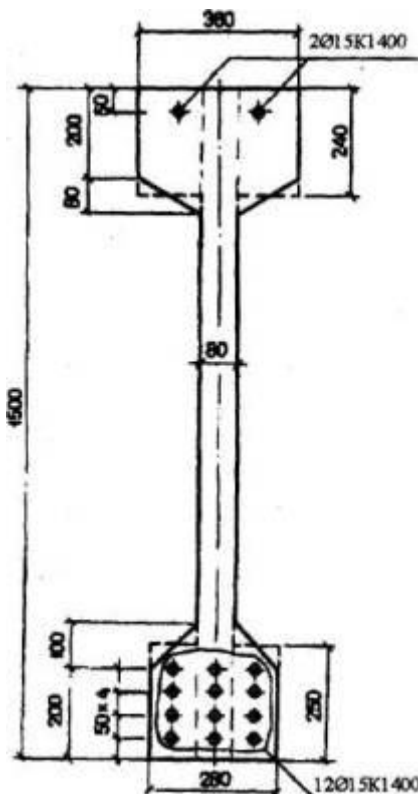


Рис.2. К примеру расчета 2.

Расчет. Определяем геометрические характеристики приведенного сечения

согласно п.2.33 (3), принимая коэффициент $\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{18 \cdot 10^4}{3,6 \cdot 10^4} = 5$ (площадь сечения конструктивной ненапрягаемой арматуры не учитываем в виду ее малости).

Для упрощения расчета высоту свесов полок усредняем.

Площадь сечения бетона

$$A = 1500 \cdot 80 + 280 \cdot 240 + 200 \cdot 250 = 120000 + 67200 + 50000 = 237200 \text{ мм}^2;$$

площадь приведенного сечения

$$A_{red} = A + \alpha A_{sp} + \alpha A'_{sp} = 237200 + 5 \cdot 1699 + 5 \cdot 283 = 237200 + 8495 + 1415 = 247110 \text{ мм}^2;$$

расстояние от центра тяжести сечения арматуры S до нижней грани балки (учитывая, что сечения всех четырех рядов арматуры одинаковой площади)

$$a_p = (50 + 100 + 150 + 200) / 4 = 125 \text{ мм};$$

статический момент сечения бетона относительно нижней грани балки

$$S = 120000 \cdot 750 + 67200 \cdot 1380 + 50000 \cdot 125 = 1,89 \cdot 10^8 \text{ мм}^3;$$

расстояние от центра тяжести приведенного сечения до нижней грани балки

$$y = \frac{S + \alpha A_{sp} a_p + \alpha A'_{sp} (h - a'_p)}{A_{red}} = \frac{1,89 \cdot 10^8 + 8495 \cdot 125 + 1415 \cdot 1450}{247110} = 777 \text{ мм};$$

$$y_{sp} = y - a_p = 777 - 125 = 652 \text{ мм};$$

$$y'_{sp} = h - a'_p - y = 1450 - 777 = 673 \text{ мм};$$

момент инерции приведенного сечения

$$\begin{aligned} I_{red} = I + \alpha A_{sp} y_{sp}^2 + \alpha A'_{sp} y'^2_{sp} = & \frac{80 \cdot 1500^3}{12} + 120000(777 - 750)^2 + \frac{280 \cdot 240^3}{12} + \\ & + 67200(1380 - 777)^2 + \frac{200 \cdot 250^3}{12} + 50000(777 - 125)^2 + 8495(777 - 125)^2 + \\ & + 1415(1450 - 777)^2 = 7,31 \cdot 10^{10} \text{ мм}^4. \end{aligned}$$

Согласно п.2.25 (3) максимально допустимое значение σ_{sp} без учета потерь равно

$$\sigma_{sp} = 0,8R_{s,n} = 0,8 \cdot 1400 = 1120 \text{ МПа}.$$

Определим первые потери.

Потери от релаксации напряжений в арматуре согласно п.2.26 (3) равны

$$\Delta\sigma_{sp1} = \left(0,22 \frac{\sigma_{sp}}{R_{s,n}} - 0,1 \right) \sigma_{sp} = (0,22 \cdot 0,8 - 0,1) 1120 = 85 \text{ МПа}.$$

Потери от температурного перепада между упорами стенда и упорами согласно п.2.28 (3) при $\Delta t = 65^\circ$ равны

$$\Delta\sigma_{sp2}=1,25\Delta t = 1,25\cdot 65 = 81 \text{ МПа.}$$

Потери от деформации анкеров согласно п.2.29 (3) при $\Delta l = 2$ мм и $l = 20$ м равны

$$\Delta\sigma_{sp4} = \frac{\Delta l}{l} E_s = \frac{2}{20} 18 \cdot 10^4 = 18 \text{ МПа.}$$

Потери от деформации стальной формы отсутствуют, поскольку усилие обжатия передается на упоры стенда. Таким образом сумма первых потерь равна

$$\Delta\sigma_{sp(1)} = 85 + 81 + 18 = 184 \text{ МПа} > 100 \text{ МПа}$$

т.е. потери в дальнейшем не корректируем. Усилие обжатия с учетом первых потерь и его эксцентриситет равны

$$P_{(1)} = (A_{sp} + A'_{sp})(\sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)}) = (1699 + 283)(1120 - 184) = 1855 \cdot 10^3 \text{ Н;}$$

$$e_{0p1} = \frac{A_{sp}y_{sp} - A'_{sp}y'_{sp}}{A_{sp} + A'_{sp}} = \frac{1699 \cdot 652 - 283 \cdot 673}{1699 + 283} 463 \text{ мм.}$$

В соответствии с п.2.34 (3) проверим максимальное сжимающее напряжение бетона σ_{bp} от действия усилия $P_{(1)}$, вычисляя σ_{bp} по формуле (2.8) при $y_s = y = 777$ мм и принимая момент от собственного веса M равным нулю:

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)}e_{0p1}y_s}{I_{red}} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} + \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 777}{7,31 \cdot 10^{10}} = 16,63 \text{ МПа} < 0,9R_{bp} = 0,9 \cdot 20 = 18 \text{ МПа.}$$

т.е. требование п.2.34 (2) выполняется.

Определяем вторые потери напряжений согласно пп.2.31 (3) и 2.32 (3).

Потери от усадки равны $\Delta\sigma_{sp5} = \varepsilon_{b,sh}E_s = 0,00025 \cdot 18 \cdot 10^4 = 45 \text{ МПа.}$

Потери от ползучести определяем по формуле 2.7 (3), принимая значения $\varphi_{b,cr}$ и E_b по классу бетона равному $R_{bp} = 20$ МПа (т.е. по классу В20, поскольку $R_{bp} < 0,7 \cdot 40 = 28$ МПа). Согласно табл.2.6 (3) ($\varphi_{b,cr} = 2,8$,

$$\alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{18 \cdot 10^4}{27,5 \cdot 10^3} = 6,55.$$

согласно табл.2.5 (3) $E_b = 27,5 \cdot 10^3$ МПа,

Для арматуры $S \quad \mu_{sp} = \frac{A_{sp}}{A} = \frac{1699}{237200} = 7,16 \cdot 10^{-3}$;

Для арматуры $S' \quad \mu_{sp} = \frac{A'_{sp}}{A} = \frac{283}{237200} = 1,19 \cdot 10^{-3}$.

Определим напряжение бетона на уровне арматуры S по формуле (2.28)

при $y_s = y_{sp} = 652$ мм, принимая момент от собственного веса балки в середине пролета. Нагрузка от веса балки равна:

$$q_w = \frac{0,01 \cdot 11200}{18} = 6,22 \text{ кН/м}$$

$$M = \frac{q_w l^2}{8} = \frac{6,22 \cdot 17,5^2}{8} = 238,1 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

(здесь $l = 17,5$ м - расстояние между прокладками при хранении балки);

$$\sigma_{bp} = \frac{P_{(1)}}{A_{red}} + \frac{P_{(1)} e_{0p1} y_s}{I_{red}} - \frac{M y_s}{I_{red}} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} + \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} - \frac{238,1 \cdot 10^6 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} = 13 \text{ МПа.}$$

Напряжение бетона на уровне арматуры S' (т.е. при $y_s = -y'_s = -673$ мм)

$$\sigma'_{bp} = \frac{1855 \cdot 10^3}{247110} - \frac{1855 \cdot 10^3 \cdot 463 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} + \frac{238,1 \cdot 10^6 \cdot 652}{7,31 \cdot 10^{10}} = 1,79 \text{ МПа} > 0,0$$

Тогда потери от ползучести равны: для арматуры S

$$\Delta \sigma_{sp6} = \frac{0,8 \varphi_{b,\sigma} \alpha \sigma_{bp}}{1 + \alpha \mu_{sp} \left(1 \pm \frac{e_{0p1} y_s A_{red}}{I_{red}} \right) (1 + 0,8 \varphi_{b,\sigma})} = \frac{0,8 \cdot 2,8 \cdot 6,55 \cdot 13}{1 + 6,55 \cdot 7,16 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{463 \cdot 652 \cdot 247110}{7,31 \cdot 10^{10}} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,8)} =$$

$$= 145,9 \text{ МПа.}$$

для арматуры S'

$$\Delta \sigma_{sp6} = \frac{0,8 \cdot 2,8 \cdot 6,55 \cdot 1,79}{1 + 6,55 \cdot 1,19 \cdot 10^{-3} \left(1 + \frac{463 \cdot 652 \cdot 247110}{7,31 \cdot 10^{10}} \right) (1 + 0,8 \cdot 2,8)} = 26,3 \text{ МПа.}$$

Напряжения σ_{bp} с учетом всех потерь равны:

для арматуры S

$$\sigma_{sp2} = \sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)} - \Delta\sigma_{sp5} - \Delta\sigma_{sp6} = 1120 - 184 - 45 - 145 = 745 \text{ МПа};$$

для арматуры S'

$$\sigma'_{sp2} = \sigma_{sp} - \Delta\sigma_{sp(1)} - \Delta\sigma_{sp5} - \Delta\sigma'_{sp6} = 1120 - 184 - 45 - 26 = 865 \text{ МПа}.$$

Определим усилие обжатия с учетом всех потерь P и его эксцентриситет e_{0p} .

$$P = \sigma_{sp2} A_{sp} + \sigma'_{sp2} A'_{sp} = 745 \cdot 1699 + 865 \cdot 283 = 1510 \cdot 10^3 \text{ Н} = 1510 \text{ кН};$$

$$e_{0p} = \frac{\sigma_{sp2} A_{sp} y_{sp} - \sigma'_{sp2} A'_{sp} y'_{sp}}{P} = \frac{745 \cdot 1699 \cdot 652 - 865 \cdot 283 \cdot 673}{1510 \cdot 10^3} = 437 \text{ мм}.$$

2. Расчет прочности изгибаемых преднапряженных железобетонных элементов прямоугольных сечений

Пример 3. Дано: размеры сечения $b = 300 \text{ мм}$, $h = 700 \text{ мм}$; $a = 50 \text{ мм}$; бетон класса В25 ($R_b = 14,5 \text{ МПа}$); напрягаемая арматура класса А600 ($R_s = 520 \text{ МПа}$) площадью сечения $A_{sp} = 1847 \text{ мм}^2$ (3Ø28); предварительное напряжение при $\gamma_{sp} = 0,9$ с учетом всех потерь $\sigma_{sp2} = 400 \text{ МПа}$; ненапрягаемая арматура класса А400 ($R_s = 355 \text{ МПа}$) площадью сечения $A_s = 236 \text{ мм}^2$ (3Ø10); изгибающий момент $M = 570 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет. $h_0 = h - a = 700 - 50 = 650 \text{ мм}$. По формуле 3.3 (3) определим значение ξ_1 :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} + R_s A_s}{R_b b h_0} = \frac{520 \cdot 1847 + 355 \cdot 236}{14,5 \cdot 300 \cdot 650} = 0,369.$$

По табл. 3.1 (3) при классе арматуры А600 и при $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{400}{520} = 0,769$ находим $\xi_R = 0,457$.

Поскольку $\xi_1 = 0,369 < \xi_R = 0,457$, расчет ведем из условия 3.4 (3), определяя высоту сжатой зоны x по формуле 3.5 (3).

Так как сжатая арматура отсутствует, коэффициент вычисляем по формуле 3.2 (3) при $\xi = \xi_1 = 0,369$:

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,369}{0,457} = 1,048 < 1,1.$$

$$\text{Тогда } x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} + R_s A_s}{R_b b} = \frac{1,048 \cdot 520 \cdot 1847 + 355 \cdot 236}{14,5 \cdot 300} = 250,6 \text{ мм};$$

$$R_b b x (h_0 - 0,5x) = 14,5 \cdot 300 \cdot 250,6 \cdot (650 - 0,5 \cdot 250,6) = 572 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 572 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ > M = 570 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность сечения обеспечена.

Пример 4. Дано: размеры сечения $b=300$ мм, $h=700$ мм; $a=60$ мм; $a_p=30$ мм; бетон класса В30 ($R_b=17$ МПа); напрягаемая арматура класса Вр1400 ($R_s=1170$ МПа) площадью сечения: в растянутой зоне $A_{sp}=1570 \text{ мм}^2$ (8Ø5), в сжатой зоне $A'_{sp}=392 \text{ мм}^2$ (2Ø5); ненапрягаемая арматура класса А400 ($R_s=355$ МПа) площадью сечения в растянутой зоне $A_s=236 \text{ мм}^2$ (3Ø10); предварительное напряжение с учетом всех потерь: для арматуры в растянутой зоне $\sigma_{sp}=700$ МПа, для арматуры в сжатой зоне $\sigma'_{sp}=800$ МПа; изгибающий момент от всех нагрузок $M=690 \text{ кН} \cdot \text{м}$, от кратковременных нагрузок $M_{sh}=40 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет. $h_0 = 700 - 60 = 640$ мм. Проверим прочность сечения при действии всех нагрузок.

Определяем напряжение в напрягаемой арматуре сжатой зоны σ_{sc} согласно п.3.10 (3), учитывая коэффициент $\gamma_{sp}=1,1$:

$$\sigma_{sc} = 400 - 1,1 \cdot 800 = -480 \text{ МПа}.$$

По формуле 3.3 (3) определяем значения ξ_1 :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} + R_s A_s - \sigma_{sc} A'_{sp}}{R_b b h_0} = \frac{1170 \cdot 1570 + 355 \cdot 236 + 480 \cdot 392}{17 \cdot 300 \cdot 640} = 0,646.$$

Предварительное напряжение арматуры растянутой зоны принимаем с учетом коэффициента $\gamma_{sp}=0,9$, т.е. $\sigma_{sp}=0,9 \cdot 700 = 630$ МПа.

По табл. 3.1 (3) при классе арматуры Вр1400 и при $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{630}{1170} = 0,646$ находим $\xi_R = 0,341$. Поскольку $\xi_1 = 0,646 > \xi_R = 0,341$, прочность сечения проверяем из условия 3.7 (3), принимая $a_m = \xi_1(1 - \xi_1/2) = 0,646(1 - 0,646/2) = 0,437$, $a_R = \xi_R(1 - \xi_R/2) = 0,341(1 - 0,341/2) = 0,283$,

$$\frac{2a_m + a_R}{3} R_b b h_0^2 + \sigma_{sc} A'_s (h_0 - a'_s) = \frac{2 \cdot 0,437 + 0,283}{3} 17 \cdot 300 \cdot 640^2 - 480 \cdot 392 (640 - 30) =$$

$$= 691,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 691,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 690 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность сечения на действие всех нагрузок обеспечена.

Так как момент от кратковременной нагрузки (40 кН·м) составляет весьма малую долю от полного момента (690 кН·м), проверим прочность сечения на действие только постоянных и длительных нагрузок при $M = 690 - 40 = 650 \text{ кН} \cdot \text{м}$. При этом учитываем коэффициент $\gamma_{b2} = 0,9$ т.е. $R_b = 0,9 \cdot 17 = 15,3 \text{ МПа}$, а напряжение σ_{sc} принимаем равным $\sigma_{sc} = 500 - 380 \text{ МПа}$. Тогда

$$\xi_1 = \frac{1170 \cdot 1570 + 355 \cdot 236 + 380 \cdot 392}{15,4 \cdot 300 \cdot 640} = 0,704 > \xi_R = 0,341;$$

$$a_m = 0,704(1 - 0,704/2) = 0,456;$$

$$\frac{2 \cdot 0,456 + 0,283}{3} 15,3 \cdot 300 \cdot 640^2 - 380 \cdot 392 \cdot 610 = 658,4 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 658,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 650 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

т.е. прочность сечения обеспечена при любых воздействиях.

Пример 5. Дано: размеры сечения $b = 300 \text{ мм}$, $h = 700 \text{ мм}$; $a = a'_s = 50 \text{ мм}$; бетон класса В25 ($R_b = 14,5 \text{ МПа}$), напрягаемая арматура класса А600 ($R_s = 520 \text{ МПа}$); сжатая напрягаемая арматура класса А400 ($R_s = 355 \text{ МПа}$) площадью сечения $A'_s = 840 \text{ мм}^2$ (1Ø32); изгибающий момент $M = 490 \text{ кН} \cdot \text{м}$.

Требуется определить площадь сечения напрягаемой арматуры растянутой зоны.

Расчет. $h_o = 700 - 50 = 650$ мм. Площадь сечения напрягаемой арматуры растянутой зоны определяем согласно п.3.16 (3). По формуле 3.13 (3) вычисляем значение α_m :

$$\alpha_m = \frac{M - R_{sc} A'_s (h_o - a'_s)}{R_b b h_o^2} = \frac{490 \cdot 10^6 - 355 \cdot 804 (650 - 50)}{14,5 \cdot 300 \cdot 650^2} = 0,1734.$$

Тогда $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,1734} = 0,192$.

Из табл. 3.1 (3) при классе арматуры А600, принимая согласно примеч.1 $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$, находим значение $\xi_R = 0,43 > 0,192$.

Так как $\xi/\xi_R = 0,192/0,43 = 0,446 < 0,6$, согласно п. 3.9 (3) $\gamma_{s3} = 1,1$.

Отсюда

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o + R_{sc} A'_s}{\gamma_{s3} R_s} = \frac{0,192 \cdot 14,5 \cdot 300 \cdot 650 + 355 \cdot 804}{1,1 \cdot 520} = 1448 \text{ мм}^2.$$

Принимаем в сечении 3Ø25 ($A_{sp} = 1473 \text{ мм}^2$).

3. Расчет прочности изгибаемых преднапряженных железобетонных элементов таврового сечения

Пример 6. Дано: размеры сечения $b'_f = 1120$ мм, $h'_f = 30$ мм, $b = 100$ мм, $h = 300$ мм; $a = 30$ мм; бетон класса В25 ($R_b = 14,5$ МПа); напрягаемая арматура класса А600 ($R_s = 520$ МПа); изгибающий момент $M = 32$ кН·м.

Требуется определить площадь сечения арматуры.

Расчет. $h_o = h - a = 300 - 30 = 270$ мм. Расчет ведем согласно п.3.19 (3) в предположении, что сжатой ненапрягаемой арматуры не требуется.

Проверяем условие 3.23 (3):

$$R_b b'_f h'_f (h_o - 0,5 h'_f) = 14,5 \cdot 1120 \cdot 30 (270 - 0,5 \cdot 30) = 124,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 124,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > M = 32 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

т.е. граница сжатой зоны проходит в полке, и расчет производим как для прямоугольного сечения шириной $b = b'_f = 1120$ мм согласно п.3.14 (3).

Определим значение a_m по формуле 3.9 (3):

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b b h_o^2} = \frac{32 \cdot 10^6}{14,5 \cdot 1120 \cdot 270^2} = 0,027.$$

По табл. 3.1 (3) при классе арматуры А600 и $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$ находим $\xi_R = 0,43$.

Тогда $a_R = \xi_R(1 - \xi_R/2) = 0,43(1 - 0,43/2) = 0,338 > a_m = 0,027$, т.е. сжатой арматуры действительно не требуется, и площадь сечения арматуры вычисляем по формуле 3.10 (3).

Для этого определяем $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,027} = 0,0274$ и

коэффициент γ_{s3} согласно п.3.9 (3). Так как $\xi/\xi_R = 0,0274/0,43 < 0,6$ принимаем $\gamma_{s3} = 1,1$.

Тогда при $A_s = 0$

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o}{\gamma_{s3} R_s} = \frac{0,0274 \cdot 14,5 \cdot 1120 \cdot 270}{1,1 \cdot 520} = 210 \text{ мм}^2.$$

Принимаем 2Ø12 А600 ($A_{sp} = 226 \text{ мм}^2$).

Пример 7. Дано: размеры сечения $b'_f = 280$ мм, $h'_f = 200$ мм, $b = 80$ мм, $h = 900$ мм; $a = 72$ мм, $a' = 40$ мм; бетон класса В30 ($R_b = 17$ МПа); напрягаемая арматура в растянутой зоне класса А600 ($R_s = 520$ МПа) площадью сечения $A_{sp} = 2036 \text{ мм}^2$ (8Ø18); ненапрягаемая сжатая арматура класса А400 ($R_{sc} = 355$ МПа) площадью сечения $A'_s = 226 \text{ мм}^2$ (2Ø12); предварительное напряжение арматуры при $\gamma_{sp} = 0,9$ с учетом всех потерь $\sigma_{sp} = 320$ МПа; изгибающий момент $M = 790$ кН·м.

Требуется проверить прочность сечения.

Расчет, $h_o = 900 - 72 = 828$ мм. Проверяем условие 3.15 (3), принимая $\gamma_{s3} = 1,0$:

$$R_b b_f' h_f' + R_{sc} A_s' = 17 \cdot 280 \cdot 200 + 355 \cdot 226 = 1032200 \text{ Н} < \gamma_{s3} R_s A_{sp} = 520 \cdot 2036 = 1058700 \text{ Н}$$

т.е. условие 3.15 (3) не соблюдается; при $\gamma_{s3} > 1$ это условие тем более не будет соблюдаться и, следовательно, граница сжатой зоны проходит в ребре, а прочность сечения проверяем согласно п.3.17 (3).

Площадь сечения сжатых свесов полки равна $A_{ov} = (b_f' - b) h_f' = (280 - 80) 200 = 40000 \text{ мм}^2$.

По формуле (3.16) (3) определяем значение ξ_1 :

$$\xi_1 = \frac{R_s A_{sp} - R_b A_{ov} - R_{sc} A_s'}{R_b b h_o} = \frac{520 \cdot 2036 - 17 \cdot 40000 - 355 \cdot 226}{17 \cdot 80 \cdot 828} = 0,265.$$

Из табл. 3.1 (3) при классе арматуры А600 и $\sigma_{sp}/R_s = 320/520 = 0,615$ находим $\xi_R = 0,433$.

Поскольку $\xi_1 = 0,265 < \xi_R = 0,433$, расчет ведем из условия 3.17 (3).

Определяем коэффициент γ_{s3} по формуле 3.19 (3), предварительно вычислив

$$\alpha_{ov} = \frac{R_b A_{ov} + R_{sc} A_s'}{R_b b h_o} = \frac{17 \cdot 40000 + 355 \cdot 226}{17 \cdot 80 \cdot 828} = 0,675;$$

$$\gamma_{s3} = \frac{5\xi_R + \alpha_{ov}}{4\xi_R + \xi_1 + \alpha_{ov}} = \frac{5 \cdot 0,433 + 0,675}{4 \cdot 0,433 + 0,265 + 0,675} = 1,063 < 1,1.$$

Высота сжатой зоны равна

$$x = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} - R_b A_{ov} - R_{sc} A_s'}{R_b b} = \frac{1,063 \cdot 520 \cdot 2036 - 17 \cdot 40000 - 355 \cdot 226}{17 \cdot 80} = 268 \text{ мм.}$$

Тогда

$$\begin{aligned} R_b b x (h_o - 0,5x) + R_b A_{ov} (h_o - 0,5h_f') + R_{sc} A_s' (h_o - a_s') &= \\ = 17 \cdot 80 \cdot 268 (828 - 0,5 \cdot 268) + 17 \cdot 40000 (828 - 0,5 \cdot 200) + 355 \cdot 226 (828 - 40) &= \\ = 811,2 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 811,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > 790 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

т.е. прочность сечения обеспечена.

Пример 8. Дано: размеры сечения $b'_f = 280$ мм, $h'_f = 200$ мм, $b = 80$ мм, $h = 900$ мм; $a = 90$ мм; $a'_s = 40$ мм; бетон класса В35 ($R_b = 19,5$ МПа); напрягаемая арматура в растянутой зоне класса К1400 ($R_s = 1170$ МПа); ненапрягаемая сжатая арматура класса А400 ($R_s = 355$ МПа) площадью сечения $A'_s = 226$ мм² (2Ø12); изгибающий момент $M = 1000$ кН·м.

Требуется подобрать сечение напрягаемой арматуры.

Расчет. $h_o = h - a = 900 - 90 = 810$ мм. Расчет ведем согласно п.3.19 (3).

Проверяем условие (3.23) (3):

$$R_b b'_f h'_f (h_o - 0,5 h'_f) + R_{sc} A_s (h_o - a'_s) = 19,5 \cdot 280 \cdot 200 (810 - 0,5 \cdot 200) + 355 \cdot 226 (810 - 40) = 837 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 837 \text{ кН} \cdot \text{м} < M = 1000 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

т.е. граница сжатой зоны проходит в ребре, и поэтому требуемую арматуру определяем по формуле 3.24 (3).

Площадь сжатых свесов полки равна

$$A_{ov} = (b'_f - b) h'_f = (280 - 80) 200 = 40000 \text{ мм}^2.$$

По формуле 3.25 (3) определяем значение α_m :

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \frac{M - R_b A_{ov} (h_o - 0,5 h'_f) - R_{sc} A'_s (h_o - a'_s)}{R_b b h_o^2} = \\ &= \frac{1000 \cdot 10^6 - 19,5 \cdot 40000 (810 - 0,5 \cdot 200) - 355 \cdot 226 (810 - 40)}{19,5 \cdot 80 \cdot 810^2} = 0,3756. \end{aligned}$$

Тогда $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,3756} = 0,501$.

Из табл. 3.1 (3) при классе арматуры К1400 и при $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$ находим $\xi_R = 0,34$.

Так как $\xi = 0,501 > \xi_R = 0,34$, сжатой арматуры поставлено недостаточно, и необходимую ее площадь определяем по формуле 3.22 (3), принимая $a_R = \xi_R(1 - 0,5\xi_R) = 0,34(1 - 0,5 \cdot 0,34) = 0,282$,

$$A'_s = \frac{M - \alpha_R R_b b h_o^2 - R_b A_{ov} (h_o - 0,5 h'_f)}{R_{sc} (h_o - \alpha'_s)} =$$

$$= \frac{1000 \cdot 10^6 - 0,282 \cdot 19,5 \cdot 80 \cdot 810^2 - 19,5 \cdot 40000 (810 - 0,5 \cdot 200)}{355 (810 - 40)} = 576 \text{ мм}^2.$$

Сжатую арматуру принимаем в виде 2Ø20 ($A'_s = 628 \text{ мм}^2 > 576 \text{ мм}^2$) и снова аналогично определяем значение ξ

$$\alpha_m = \frac{1000 \cdot 10^6 - 19,5 \cdot 40000 \cdot 710 - 355 \cdot 628 \cdot 770}{19,5 \cdot 80 \cdot 810^2} = 0,268.$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,268} = 0,319.$$

По формуле (3.2) (3) определяем γ_{s3}

$$\gamma_{s3} = 1,25 - 0,25 \frac{\xi}{\xi_R} = 1,25 - 0,25 \frac{0,319}{0,34} = 1,015.$$

Тогда

$$A_{sp} = \frac{\xi R_b b h_o + R_b A_{ov} + R_{sc} A'_s}{\gamma_{s3} R_s} =$$

$$= \frac{0,319 \cdot 19,5 \cdot 80 \cdot 810 + 19,5 \cdot 40000 + 355 \cdot 628}{1,015 \cdot 1170} = 1184 \text{ мм}^2.$$

Принимаем 9Ø15 ($A_{sp} = 1274,4 \text{ мм}^2$).

Пример 11. Дано: железобетонный предварительно напряженный изгибаемый элемент таврового сечения $b \times h = 12 \times 30 \text{ см}$, $b'_f = 50 \text{ см}$, $h'_f = 5 \text{ см}$ из легкого бетона D1800 класса B25 на плотном мелком заполнителе ($\gamma_{b2} = 0,9$), загруженный равномерно распределенной нагрузкой $q = 12 \text{ кН/м}$, в том числе временной $v = 8,0 \text{ кН/м}$. Максимальная поперечная сила на опоре $Q_{\max} = 35 \text{ кН}$, усилие предварительного сжатия $P = 110 \text{ кН}$

Требуется определить диаметр и шаг поперечной арматуры.

Решение:

$$h_0 = h - a = 30 - 3 = 27 \text{ см}$$

$$R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2, E_b = 18,5 \cdot 10^3 \text{ МПа} = 18,5 \cdot 10^2 \text{ кН / см}^2$$

$$R_{bt} = 1,05 \text{ МПа} = 0,105 \text{ кН/см}^2$$

Проверяем по условию(1.59) из [3] требуется ли поперечная арматура по расчету.

Для этого определим вначале значение c по формуле (1.62):

$$c = \sqrt{\frac{M'_b}{q_l}} = \sqrt{\frac{\varphi_{b4}(1 + \varphi_n)R_{bt}bh_0^2}{q_l}} = \sqrt{\frac{1.0(1 + 0.360)0.105 * 0.9 * 12 * 27^2}{0.08}} \\ = 118.5\text{см}^2$$

$$c \leq \frac{\varphi_{b4}}{\varphi_{b3}} * h_0 = \frac{1.0}{0.4} * h_0 = 2.5h_0 = 2.5 * 27 = 67.5\text{см}$$

Принимаем 67,5см

$$\text{Здесь: } \varphi_n = \frac{0.1P}{R_{bt}bh_0} = \frac{0.1*110}{0.105*0.9*12*27} = 0.360 < 0.5\text{-коэффициент, учитывающий}$$

влияние продольного обжатия;

$$q_1 = q + v/2 = 4 + 8/2 = 8.0\text{кН/м} = 0.08\text{кН/см};$$

коэффициент φ_{b4} для легкого бетона при марке средней плотности D1800 принимаем равным 1,0.

Поперечная сила в вершине наклонного сечения

$$Q = Q_{\max} - q_c = 35 - 0.12 * 67.5 = 26.9\text{кН}$$

$$Q = 26.9\text{кН} > \frac{M'_b}{c} \frac{1265.2}{67.5} = 18.74\text{кН}$$

Условие (1.59) из [4,1] не удовлетворяется, следовательно, поперечная арматура требуется по расчету.

Назначим на приопорных участках длиной 1/4/ поперечные стержни из 2Ø4B_p-1 с шагом $s = h/2 = 30/2 = 15\text{см}$

$$\text{По формуле (1.50) } q_{sw} = \frac{R_{sw}A_{sw}}{s} = \frac{29.0*2*0.126}{15} = 0.48\text{кН/см}$$

где: $R_{sw} = 290\text{МПа} = 29.0\text{кН/см}^2$ - по табл. II-I приложения II для арматуры B_p-1.

Проверим условие (1.54) из [4] $q_{sw} \geq Q_{bm}/2h_0$

По формуле (1.45) из [4]

$$Q_{b,min} = \varphi_{b3}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}bh_0 = 0.4 * 1.5 * 0.105 * 0.9 * 12 * 27 = 18.4\text{кН}$$

Здесь коэффициент, учитывающий влияние сжатых полок по формуле (1.46) из [4]

$$\varphi_f = 0.75 \frac{(b'_f - b)h'_f}{bh_0} = 0.75 \frac{(3h'_f)h'_f}{bh_0} = 0.75 \frac{3 * 5 * 5}{12 * 27} \approx 0.173$$

$$1 + \varphi_f + \varphi_n = 1 + 0.173 + 0.360 = 1.53 > 1.5$$

принимаем $1 + \varphi_f + \varphi_n = 1.5$

$$\text{Условие } q_{sw} = 0,48 > \frac{Q_{b,min}}{2h_0} = \frac{18.4}{2 * 27} = 0,34 \text{ кН/см удовлетворяется.}$$

Требование (1.55) из [4]

$$s = 15 \text{ см} < s_{max} = \frac{\varphi_{b4}(1 + \varphi_n)R_{bt}bh_0^2}{Q_{max}} = \frac{1.0(1 + 0.360) * 0.105 * 0.9 * 12 * 27^2}{35} \\ = 32.1 \text{ см}$$

удовлетворяется.

Поперечная сила, воспринимаемая бетоном сжатой зоны по формулам (1.43) из [4] и (1.44)

$$Q_b = \frac{M_b}{c} = \frac{\varphi_{b2}(1 + \varphi_f + \varphi_n)R_{bt}bh_0^2}{118} = \frac{1.75 * 1.5 * 0.105 * 0.9 * 12 * 27^2}{118} = \frac{2170}{118} \\ = 18.4 \text{ кН}$$

Здесь c для элементов с поперечной арматурой по формуле (1.56) из [3]

$$c = \sqrt{\frac{M'_b}{q_l}} = \sqrt{\frac{2170}{0.08}} = 165 > \frac{\varphi_{b2}}{\varphi_{b3}} h_0 = \frac{1.75}{0.4} * 27 = 118, \text{ принятое } c = 118 \text{ см}$$

Поперечная сила и вершине наклонного сечения

$$Q = Q_{max} - q \cdot c = 35 - 0.12 \cdot 118 = 20,84 \text{ кН}$$

Длина проекции расчетного наклонного сечения по формуле (1.53) из [4]

$$c = \sqrt{\frac{M'_b}{q_l}} = \sqrt{\frac{2170}{0.48}} = 67,3 > 2h_0 = 2 * 27 = 54 \text{ см}$$

Принимаем $c_0 = 54 \text{ см}$

Поперечная сила, воспринимаемая хомутами по формуле (1.49) из [4]

$$Q_{sw} = q_{sw} \cdot c_0 = 0.48 \cdot 54 = 25,9 \text{ кН}$$

Условие прочности $Q = 20,84 \text{ кН} < Q_b + Q_{sw} = 18.4 + 25,9 = 44,3 \text{ кН}$ обеспечено.

Проверим прочность по наклонной сжатой полосе.

$$\mu_{sw} = A_{sw} / b \cdot S = 0,252 / 14 \cdot 15 = 0,0012; \quad \alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{170000}{18500} = 9.2$$

$$\varphi_{w1} = 1 + 5\alpha\mu_{sw} = 1 + 5 \cdot 9,2 \cdot 0,0012 = 1,06; \quad \beta = 0,02;$$

$$\varphi_{b1} = 1 - \beta R_b = 1 - 0,02 \cdot 14,5 \cdot 0,9 = 0,74$$

Условие прочности (1.65) из [4]

$$Q_{\max} = 35 \text{ кН} [< 0,3$$

Пример 9. Дано: железобетонный прогон кровли с уклоном 1:4; размеры сечения по рис.3; класс бетона B25 ($R_b = 14,5 \text{ МПа}$); растянутая напрягаемая арматура класса A600 ($R_s = 520 \text{ МПа}$) площадью сечения $A_{sp} = 314,2 \text{ мм}^2$ (1Ø20); сжатая ненапрягаемая площадью сечения арматура класса A400 ($R_{sc} = 355 \text{ МПа}$) площадью сечения $A'_s = 226 \text{ мм}^2$ (2Ø12); предварительное напряжение арматуры при $\gamma_{sp} = 0,9$ с учетом всех потерь $\sigma_{sp} = 300 \text{ МПа}$.

Требуется определить предельный изгибающий момент в вертикальной плоскости.

Расчет ведем без учета стержня, расположенного в наименее сжатом свесе полки.

Из рис.3 имеем:

$$h_o = h - a = 300 - 30 = 270 \text{ мм}; \quad b_o = 110/2 = 55 \text{ мм}; \quad b_{ov} = b'_{ov} = 55 \text{ мм}; \quad h'_f = 60 \text{ мм}.$$

Определяем площадь сжатой зоны бетона по формуле 3.28 (3), учитывая один сжатый стержень Ø12, т.е. $A'_s = 113 \text{ мм}^2$ и принимая $\gamma_{s3} = 1,0$:

1 - плоскость действия изгибающего момента

$$A_b = \frac{\gamma_{s3} R_s A_{sp} - R_{sc} A'_s}{R_b} = \frac{520 \cdot 314,2 - 355 \cdot 113}{14,5} = 8501 \text{ мм}^2.$$

Площадь сечения наиболее сжатого свеса и ее статические моменты относительно осей x и y соответственно равны:

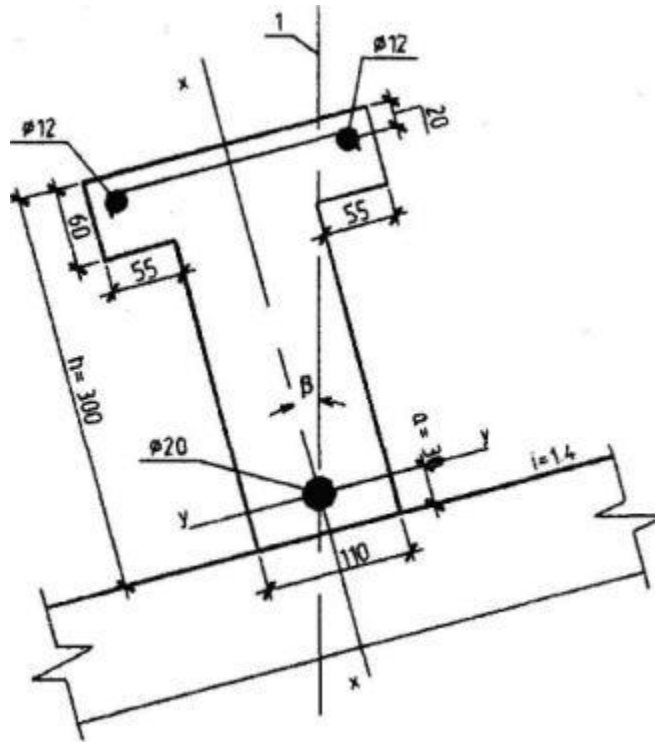


Рис.3. К примеру расчета 9

$$A_{ov} = b'_{ov} h'_f = 55 \cdot 60 = 3300 \text{ мм}^2;$$

$$S_{ov,y} = A_{ov} (b_o + 0,5b'_{ov}) = 3300(55 + 0,5 \cdot 55) = 272250 \text{ мм}^3;$$

$$S_{ov,x} = A_{ov} (b_o + 0,5h'_f) = 3300(270 - 0,5 \cdot 60) = 792000 \text{ мм}^3.$$

Так как $A_b > A_{ov}$ далее расчет продолжаем как для таврового сечения.

$$A_{web} = A_b - A_{ov} = 8501 - 3300 = 5201 \text{ мм}^2.$$

Определяем размер сжатой зоны x_1 по формуле 3.29 (3), принимая $\text{ctg} \beta = 4$:

$$t = 1,5 \left(\frac{S_{ov,y} \text{ctg} \beta - S_{ov,x}}{A_{web}} + b_o \text{ctg} \beta - h_o \right) = 1,5 \left(\frac{272250 \cdot 4 - 792000}{5201} + 55 \cdot 4 - 270 \right) = 10,7 \text{ мм},$$

$$x_1 = -t + \sqrt{t^2 + 2A_{web} b_o \text{ctg} \beta} = -10,7 + \sqrt{10,7^2 + 2 \cdot 5201 \cdot 4} = 193,3 \text{ мм}.$$

Проверим условие 3.31 (3):

$$\frac{1,5A_{web}}{b + b_{ov}} = \frac{1,5 \cdot 5201}{110 + 55} = 47,3 \text{ мм} < x_1 = 193,3 \text{ мм},$$

следовательно, расчет продолжаем по формулам косого изгиба.

Определим значение ξ по формуле 3.32 (3), вычислив

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{x_1^2}{(2A_{web})} = \frac{193,3^2}{2 \cdot 5201} = 3,59;$$

$$\xi_1 = \frac{b'_{ov} \operatorname{tg} \theta + x_1}{(b_o + b'_{ov}) \operatorname{tg} \theta + h_o} = \frac{55 \cdot 3,59 + 193,3}{(55 + 55)3,59 + 270} = 0,588.$$

Из табл. 3.1 (3) при классе арматуры А600 и при $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = \frac{300}{520} = 0,577$ находим $\xi_R = 0,425$.

Поскольку $\xi_1 = 0,588 > \xi_R = 0,425$, расчет повторяем, заменяя в формуле 3.28 (3) значение $\gamma_{s3}R_s$ на напряжение σ_s определенное по формуле 3.35 (3) или 3.36 (3).

Из табл.3.2 (3) при классе арматуры А600 и при $\frac{\sigma_{sp}}{R_s} = 0,577$ находим $\xi_{el} = 0,643 > \xi_1 = 0,588$. Тогда

$$\sigma_s = \left(0,9 + 0,1 \frac{\xi_{el} - \xi}{\xi_{el} - \xi_R} \right) R_s = \left(0,9 + 0,1 \frac{0,643 - 0,588}{0,643 - 0,425} \right) 520 = 481,1 \text{ МПа};$$

$$A_b = \frac{481,1 \cdot 314,2 - 355 \cdot 113}{14,5} = 7659 \text{ мм}^2.$$

$$A_{web} = 7659 - 3300 = 4359 \text{ мм}^2.$$

$$t = 1,5 \left(\frac{272300 \cdot 4 - 792000}{4359} + 55 \cdot 4 - 270 \right) = 27,3 \text{ мм};$$

$$x_1 = -27,3 + \sqrt{27,3^2 + 2 \cdot 4359 \cdot 4} = 161 \text{ мм}.$$

Определяем предельный изгибающий момент в плоскости оси x

из условия 3.26 (4)

Предельный изгибающий момент в вертикальной плоскости равен

$$\varphi_{w1} \cdot \varphi_{b1} R_p b h_0 = 0,3 \cdot 1,06 \cdot 0,74 \cdot 1,45 \cdot 0,9 \cdot 14 \cdot 27 = 116 \text{ кН} \text{ удовлетворяется.}$$

Р а с ч е т. Из черт 3.22 (3) имеем $h_0 = 450 - 40 = 410$ мм, $b = 85$ мм.

Прочность бетонной полосы проверяем из условия 3.49 (3).

$$0,3R_b b h_o = 0,3 \cdot 14,5 \cdot 85 \cdot 410 = 151600 \text{ Н} = 151,6 \text{ кН} > Q_{\max} = 55 \text{ кН}.$$

т.е. прочность бетонной полосы обеспечена.

Прочность по наклонным сечениям проверяем из условия 3.50 (3).

По формуле 3.55 (3) определим

$$q_{sw} = \frac{R_{sw} A_{sw}}{s_w} = \frac{300 \cdot 19,6}{200} = 29,4 \text{ Н/мм}$$

По формуле 3.53а (3) определяем коэффициент φ_n . Для этого, принимая $A_1 = b \cdot h =$

$$85 \cdot 450 = 38250 \text{ мм}^2, \text{ вычислим } \frac{P}{R_b A_1} = \frac{170000}{14,5 \cdot 38250} = 0,3065.$$

Тогда
$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left(\frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,3065 - 1,16 \cdot 0,3065^2 = 1,381.$$

Проверим условие 3.56 (3)

$$0,25\varphi_n R_{bt} b = 0,25 \cdot 1,381 \cdot 1,05 \cdot 85 = 30,85 \text{ Н/мм} > q_{sw} = 29,4 \text{ Н/мм},$$

т.е. условие 3.56 (3) не выполняется, и тогда принимаем $\varphi_n R_{bt} b = 4q_{sw}$, что соответствует $M_b = 6q_{sw} h_o^2 = 6 \cdot 29,4 \cdot 410^2 = 29,65 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}$; $Q_{b,min} = 2q_{sw} h_o =$

$$2 \cdot 29,4 \cdot 410 = 24108 \text{ Н}; \quad \frac{q_{sw}}{\varphi_n R_{bt} b} = 0,25; \quad \text{при этом } c_o = 2h_o = 2 \cdot 410 = 820 \text{ мм}.$$

Определяем длину проекции s не выгоднейшего наклонного сечения согласно п.3.33 (3).

$$q_1 = q - 0,5q_v = 23 - 0,5 \cdot 19 = 13,5 \text{ кН/м (Н/мм)}.$$

$$\sqrt{\frac{M_{\delta}}{q_1}} = \sqrt{\frac{29,65 \cdot 10^6}{13,5}} = 1482 \text{ мм} > \frac{2h_o}{1 - 0,5 \frac{q_{sw}}{\phi_n R_{bt} b}} = \frac{2 \cdot 410}{1 - 0,5 \cdot 0,25} = 937 \text{ мм}$$

Так как

принимаем $c = \sqrt{\frac{M_{\delta}}{q_1}} = 1482 \text{ мм}$, но $3h_o = 3 \cdot 410 = 1230 \text{ мм} < c$, принимаем $c = 3h_o = 1230 \text{ мм}$, что соответствует $Q_b = Q_{b,min} = 24108 \text{ Н} = 24,1 \text{ кН}$.

Проверяем условие 3.50 (3), принимая Q в конце наклонного сечения, т.е. $Q = Q_{max} - q_1 c = 55 - 13,5 \cdot 1,23 = 38,4 \text{ кН}$:

$$Q_b + 0,75 q_{sw} c_o = 24,1 + 0,75 \cdot 29,4 \cdot 0,82 = 42,2 \text{ кН} > Q = 38,4 \text{ кН},$$

т.е. прочность любого наклонного сечения обеспечена.

Согласно п. 3.36 (3) определим $S_{w,max}$, заменяя $\phi_n R_{bt} b$ на $4q_{sw}$

$$S_{w,max} = \frac{\phi_n R_{bt} b h_o^2}{Q_{max}} = \frac{4q_{sw} h_o^2}{Q_{max}} = \frac{4 \cdot 29,4 \cdot 410^2}{5500} = 359 \text{ мм} > s_w = 200 \text{ мм}$$

и кроме того $s_w < h_o/2 = 410/2 = 205 \text{ мм}$, т.е. требования п.5.12 (3) выполнены.

4. Расчет прочности изгибаемых ж/б элементов по наклонным сечениям

Пример 12. Дано: свободно опертый железобетонный ригель перекрытия пролетом $l = 8,3 \text{ м}$ нагружен равномерно распределенной нагрузкой: временной эквивалентной $q_v = 114 \text{ кН/м}$ и постоянной $q_g = 46 \text{ кН/м}$; размеры поперечного сечения $b = 300 \text{ мм}$, $h = 800 \text{ мм}$, $h_o = 700 \text{ мм}$; бетон класса В30 ($R_b = 17 \text{ МПа}$; $R_{bt} = 1,15 \text{ МПа}$) хомуты сварные из арматуры класса А400 ($R_{sw} = 285 \text{ МПа}$); усилие предварительного обжатия $P = 1600 \text{ кН}$.

Требуется определить диаметр и шаг хомутов у опоры, а также выяснить на каком расстоянии от опоры и как может быть увеличен их шаг.

Расчет. Наибольшая поперечная сила в опорном сечении равна:

$$Q_{\max} = \frac{ql}{2} = \frac{160 \cdot 8,3}{2} = 664 \text{ кН},$$

(здесь $q = q_v + q_g = 114 + 46 = 160 \text{ кН/м}$).

Определим требуемую интенсивность хомутов приопорного участка согласно п.3.34,б (3).

По формуле 3.53а (3) определим коэффициент φ_n , принимая

$$A_1 = bh = 300 \cdot 800 = 240000 \text{ мм}^2 \text{ и } \frac{P}{R_b A_1} = \frac{1600 \cdot 10^3}{17 \cdot 240000} = 0,392,$$

$$\varphi_n = 1 + 1,6 \frac{P}{R_b A_1} - 1,16 \left(\frac{P}{R_b A_1} \right)^2 = 1 + 1,6 \cdot 0,392 - 1,16 \cdot 0,392^2 = 1,45.$$

Из формулы 3.52 (3) имеем

$$M_b = 1,5 \varphi_n R_{bt} b h_o^2 = 1,5 \cdot 1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700^2 = 367,7 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм} = 367,7 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$q_1 = q_g + 0,5 q_v = 46 + 114/2 = 103 \text{ кН/м (Н/мм)};$$

$$Q_{b1} = 2\sqrt{M_b q_1} = 2\sqrt{367,7 \cdot 103} = 389,2 \text{ кН}.$$

Так как $Q_{b1} = 389,2 \text{ кН} > \frac{2M_b}{h_o} - Q_{\max} = \frac{2 \cdot 367,7}{0,7} - 664 = 386,6 \text{ кН}$, интенсивность хомутов определяем по формуле 3.59 (3):

$$q_{sw} = \frac{Q_{\max}^2 - Q_{b1}^2}{3M_b} = \frac{664^2 - 389,2^2}{3 \cdot 367,7} = 262,4 \text{ кН/м}$$

При этом, поскольку $Q_{b1} = 389,2 \text{ кН} > \varphi_n R_b b h_o = 1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700 = 350200 \text{ Н} = 350,2 \text{ кН}$, оставляем $q_{sw} = 262,4 \text{ Н/мм}$.

Проверим условие 3.56 (3):

$$0,25 \varphi_n R_{bt} b = 0,25 \cdot 1,45 \cdot 1,05 \cdot 300 = 125 \text{ Н/мм} < q_{sw},$$

т.е. это условие выполняется.

Согласно п.5.12 (3) шаг хомутов у опоры должен быть не более $0,5h_o = 350$ мм и не более 300 мм, а в пролете не более $3/4h_o = 525$ мм. Максимальный шаг хомутов у опоры согласно формуле 3.67 (3) равен

$$s_{w,\max} = \frac{\varphi_n R_{bt} b h_o^2}{Q_{\max}} = \frac{1,45 \cdot 1,15 \cdot 300 \cdot 700^2}{664 \cdot 10^3} = 369 \text{ мм.}$$

Принимаем шаг хомутов у опоры $s_1=250$ мм, а в пролете - $s_2 = 2s_1 = 500$ мм.

Отсюда
$$A_{sw} = \frac{q_{sw} s_1}{R_{sw}} = \frac{262,4 \cdot 250}{285} = 230,2 \text{ мм.}$$

Принимаем в поперечном сечении три хомута диаметром 10 мм ($A_{sw1} = 236 \text{ мм}^2$).

Тогда
$$q_{sw1} = \frac{R_{sw} A_{sw1}}{s_1} = \frac{285 \cdot 236}{285} = 269 \text{ Н/мм.}$$
 ;

$$q_{sw2} = 0,5q_{sw1} = 0,5 \cdot 269 = 134,5 \text{ Н/мм} > 0,25\varphi_n R_{bt} b = 125 \text{ Н/мм.}$$

Длину участка с наибольшей интенсивностью хомутов q_{sw1} определяем согласно п. 3.35 (3).

Так как $\Delta q_{sw} = 0,75(q_{sw1} - q_{sw2}) = 0,75 \cdot 134,5 = 100,9 \text{ Н/мм} < q_1 = 103 \text{ Н/мм}$, значение c равно

$$c = \sqrt{\frac{M_\delta}{q_1 - \Delta q_{sw}}} = \sqrt{\frac{367,7}{103 - 100,9}} = 13,2 \text{ м} > 3h_o = 3 \cdot 0,7 = 2,1 \text{ м.}$$

Принимаем $c = 2,1$ м и $c_o = 2h_o = 2 \cdot 0,7 = 1,4$ м. Тогда

$$\begin{aligned} l_1 &= c - \frac{M_\delta / c + 0,75q_{sw1}c_o - Q_{\max} + q_1c}{\Delta q_{sw}} = \\ &= 2,1 - \frac{367,7 / 2,1 + 0,75 \cdot 269 \cdot 1,4 - 664 + 103 \cdot 2,1}{100,9} = 2,0 \text{ м.} \end{aligned}$$

Принимаем длину приопорного участка с шагом хомутов $s_w = 250$ мм

не менее 2 м.

5. Примеры решения задач по сжатым и растянутым ж/б элементам

Пример 13. Дано: колонна одноэтажной рамы с размерами сечения $b=30$ см, $h=40$ см, $a = a' = 35$ см; бетон тяжелый класса В20 ($E_b=2,4 \cdot 10^4$ МПа); арматура класса А-III ($R_s=R_{sc}=365$ МПа; $E_s = 2 \cdot 10^5$ МПа); продольные силы и изгибающие моменты : от постоянных и длительных нагрузок $N_l=400$ кН, $M_l=40$ кНм, от кратковременных нагрузок $N_{sh}=120$ кН, $M_{sh}=45$ кНм в т.ч. кратковременных нагрузок непродолжительного действия (от ветровых и крановых) $N_{sh1}=100$ кН и $M_{sh1}=30$ кНм; изгибающие моменты противоположных знаков близки по абсолютной величине и армирование симметричное; расчетная длина 8,0 м.

Требуется определить площадь сечения арматуры.

Решение $h_0=h-a=40-3,5=36,5$ см.

Поскольку имеются усилия от кратковременных нагрузок непродолжительного действия определяем в соответствии с п.3.1 /4/ значение коэффициента γ_{b2} , учитывающего влияние длительности нагрузок.

Момент от действия постоянных, длительных и кратковременных нагрузок, кроме нагрузок непродолжительного действия, относительно оси, проходящей через центр растянутой арматуры

$$M_1 = M - M_{sh1} + (N - N_{sh1}) \frac{h_0 - a'}{2} = 85 - 30 + (520 - 100) \frac{0.365 - 0.035}{2} \\ = 55 + 69.3 = 124.3 \text{ кНм}$$

Здесь М и N усилия от полных нагрузок

$$M = M_1 + M_{sh} = 40 + 45 = 85 \text{ кНм}$$

$$N = N_1 + N_{sh} = 400 + 120 = 520 \text{ кН.}$$

Момент от действия всех нагрузок относительно оси, проходящей через центр растянутой арматуры.

$$M_{II} = M + N \frac{h_0 - a'}{2} = 85 + 520 \frac{0.365 - 0.035}{2} = 170.8 \text{ кНм}$$

Так как $M_1 = 124,3 \text{ кНм} < 0,82 M_{II} = 140,0 \text{ кНм}$ расчет производим только на действие всех нагрузок, принимая $\gamma_{b2} = 1,1$ и $R_b = 11,5 \cdot 1,1 = 12,65$ МПа = 1,265 кН/см².

Гибкость колонны $l/h=850/40=20>10$, поэтому расчет производим с учетом прогиба элемента согласно п. 2.3., вычисляя N_{cr} по формуле (2.21) из [4].

Для этого определим по формуле (2.23) из [4,1]

$$\varphi_1 = 1 + \beta \frac{M_{II}}{M_I} = 1 + 1.0 \frac{106.0}{170.8} = 1.62$$

Здесь $M_{II} = M_I + N_I \frac{h_0 - a'}{2} = 40 + 400 \frac{0.365 - 0.035}{2} = 106.0 \text{ кНм}$

$$M_I = M_{II} = 170.8 \text{ кНм}; \beta = 1.0 - \text{для тяжелого бетона}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = \frac{85 \cdot 10^2}{520} = 16.3 \text{ см} > e_a = 1.33 \text{ см}$$

$$\text{Где: } e_a = \frac{l_0}{600} = \frac{800}{600} = 1.33 \text{ см} = \frac{h_0}{30} = \frac{40}{30} = 1.33 \text{ см}$$

Так как $e_0/h=16,3/40=0,41>\delta_{emin}=0,5-0,01$ $l_0/h-0,01$ $R_b=0,5-0,01$ $-800/40-0,01 \cdot 12.65=0.173$

$$\text{принимаем } \delta_e = \frac{e_0}{h} = 0.41$$

$$\text{В первом приближении принимаем } \mu = 0.01, \alpha = \frac{E_s}{E_b} = \frac{20 \cdot 10^4}{2.4 \cdot 10^4} = 8.33$$

$$\begin{aligned} N_{cr} &= \frac{1.6 E_b b h}{(l_0/h)^2} \left[\frac{0.11}{0.1 + \delta_e} + 0.1 + \mu \alpha \left(\frac{h_0 - a'}{h} \right)^2 \right] = \\ &= \frac{1.6 * 2.4 * 10^3 * 30 * 40}{20^2} \left[\frac{0.11}{0.1 + 0.41} + 0.1 + 0.01 * 8.33 \left(\frac{36.5 - 3.5}{40} \right)^2 \right] \\ &= 11.52 * 10^3 (0.065 + 0.057) = 1405 \text{ кН} \end{aligned}$$

Коэффициент η равен:

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{520}{1405}} = 1.59$$

Значение e с учетом прогиба элемента равно:

$$e = e_0 * \eta + \frac{h_0 - a'}{2} = 16.3 * 1.59 + \frac{36.5 - 3.5}{2} = 42.4 \text{ см}$$

Необходимое армирование определим по формуле (2.39) из [4]

$$A_s = A'_s = \frac{N \left(e - h_0 + \frac{N}{2R_b b} \right)}{R_{sc}(h_0 - a')} = \frac{520 \left(42.4 - 36.5 + \frac{520}{2 * 1.265 * 30} \right)}{36.5(36.5 - 3.5)} = 5.50 \text{ см}^2$$

$$\xi = \frac{N}{R_b b h_0} = \frac{520}{1.265 * 30 * 36.5} = 0.375 < \xi_R = 0.581 \quad (\text{по табл. IV.2}),$$

следовательно, имеем 1 случай разрушения.

Аналогичный результат можно получить пользуясь формулами п. 3.62 /4/

Вычислим значения:

$$\alpha_n = \frac{N}{R_b b h_0} = \frac{520}{1.265 * 30 * 36.5} = 0.375$$

$$\alpha_{m1} = \frac{N e}{R_b b h_0^2} = \frac{520 * 42.5}{1.265 * 30 * 36.5^2} = 0.436$$

$$\delta = \frac{3.5}{36.5} = 0.096$$

Так как $\alpha_n < \xi_R$, значение $A_s = A'_s$ определим по формуле (1.12)/3/:

$$A_s = A'_s = \frac{R_b b h_0}{R_s} * \frac{\alpha_{n1} - \alpha_n}{1 - \delta} = \frac{1.265 * 30 * 36.5}{36.5} * \frac{0.436 - 0.365(1 - \frac{0.365}{2})}{1 - 0.096} = 5.50 \text{ см}^2$$

Коэффициент армирования

$$\mu = \frac{A_s + A'_s}{b h} = \frac{2 * 5.50}{30 * 40} = 0.0092 \quad \text{по близок к принятому}$$

предварительно значению $\mu = 0.01$.

Принимаем $A_s = A'_s = 6.28 \text{ см}^2$ (2Ø20 А-III).

Пример 14. Дано: размеры сечения нижнего пояса безраскосной фермы — $b = 220$ мм, $h = 240$ мм, $a = a' = 40$ мм; бетон класса В30; продольная напрягаемая арматура симметричная класса А-IV ($R_s = 510$ МПа, $\eta = 1.2$), площадью сечения $A_{sp} = A'_{sp} = 763$ мм² (3 Ø 18); продольная растягивающая сила $N = 600$ кН; максимальный изгибающий момент $M = 24$ кН·м. Требуется проверить прочность нормального сечения.

Р а с ч е т. $h_0 = h - a = 240 - 40 = 200$ мм; $e_0 = M / N = 24 / 600 = 0,04$ м = 40 мм ;
 $e' = e_0 + h / 2 - a' = 40 + 240 / 2 - 40 = 120$ мм . Так как $e' = 120$ мм < $h_0 - a' = 200 - 40 = 160$ мм, прочность сечения проверяем по формуле (1), поскольку арматура симметричная:

$$(1) \eta R_s A_{sp} (h_0 - a'_p) = 1,2 \cdot 510 \cdot 763 (200 - 40) = 74,7 \cdot 106 \text{ Н}\cdot\text{мм} = 74,7 \text{ кН}\cdot\text{м} \\ > Ne' = 600 \cdot 0,12 = 72 \text{ кН}\cdot\text{м}, \text{ т.е. прочность сечения обеспечена}$$

Пример 15. Дано: размеры сечения — $b = 240$ мм, $h = 360$ мм; расположение продольной напрягаемой арматуры класса А-V ($R_s = 680$ МПа) симметричное; центрально-приложенная растягивающая сила $N = 1000$ кН; изгибающий момент $M = 80$ кН·м; площадь сечения всей продольной арматуры $A_{sp,tot} = 2513$ мм² (8 Ø 20). Требуется проверить прочность нормального сечения.

Р а с ч е т. Расстояние от крайнего ряда арматуры до центра тяжести сечения, равно: $a_1 = 360 / 2 - 60 = 120$ мм . Поскольку $e_0 = M / N = 80 / 1000 = 0,08$ м = 80 мм < $a_1 = 120$ мм, сила N приложена между крайними рядами арматуры. Статический момент площади сечения всей арматуры относительно крайнего ряда арматуры равен: $S_{sp} = A_{sp,tot} a_1 = 2513 \cdot 120 = 301600$ мм³ . Расстояние от силы N до наименее растянутого ряда арматуры $e_1 = e_0 + a_1 = 80 + 120 = 200$ мм. Согласно нормам, $\eta = 1,15$ (для арматуры класса А-V);

$$\eta R_s S_{sp} = 1,15 \cdot 680 \cdot 301\,600 = 235,85 \cdot 106 \text{ Н}\cdot\text{мм} = 235,85 \text{ кН}\cdot\text{м} > Ne_1 = \\ 1000 \cdot 0,2 = 200 \text{ кН}\cdot\text{м}, \text{ т. е. прочность сечения обеспечена.}$$

Приложения

Вид сопротивления		Класс бетона по прочности на сжатие
----------------------	--	-------------------------------------

Таблица I.I

Приложение 1. Основные сведения о бетонах. Расчетные сопротивления бетона для предельных состояний первой группы R_b и R_{bt} , МПа

		B10	B12,5	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
Сжатие осевое (призмечная прочность) R_b	Тяжелый и мелкозернистый	6	7,5	8,5	11,5	14,5	17	19,5	22	25	27,5	30	33
	Легкий	6	7,5	8,5	11,5	14,5	17	19,5	22	—	—	—	—
Растяжение осевое R_{bt}	Тяжелый	0,57	0,66	0,75	0,9	1,05	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55	1,6	1,65
	Мелкозернистый групп												
	А	0,57	0,66	0,75	0,9	1,05	1,2	1,3	1,4	—	—	—	—
	Б	0,45	0,57	0,64	0,77	0,9	1	—	—	—	—	—	—
	В	—	—	0,75	0,9	1,05	1,2	1,3	1,4	1,45	1,55	1,6	1,65
	Легкий при мелком заполнителе												
	Плотном	0,57	0,66	0,75	0,9	1,05	1,2	1,3	1,4	—	—	—	—
	Пористом	0,57	0,66	0,74	0,8	0,9	1	1,1	1,2	—	—	—	—

Таблица 1.2

Вид сопротивления	Бетон	Класс бетона по прочности на сжатие											
		B10	B12,5	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
Сжатие осевое (призмечная прочность) $R_{b.ser}$	Тяжелый и мелкозернистый	7,5	9,5	11	18,5	15	22	22,5	29	32	36	39,5	43
	Легкий	7,5	9,5	11	18,5	15	22	22,5	29	—	—	—	—
	Тяжелый	0,85	1	1,4	1,6	1,8	1,95	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
	Мелкозернистый												

Растяжение осевое $R_{bt,ser}$	Растяжимый													
	А	0,85	1	1,15	1,4	1,6	1,8	1,95	2,1	—	—	—	—	—
	Б	0,7	0,85	0,95	1,15	1,35	1,5	—	—	—	—	—	—	—
	В	—	—	1,15	1,4	1,6	1,8	1,95	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	—
	Бетон		B10	B12,5	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
	Легкий													
	Тяжелый : при		18	21	23	27	30	32,5	34,5	36	37,5	39	39,5	40
	Естественного отверждения													
	Мелком заполнителем													
	Подвергнутый теплу													
	Плотном	0,85	1	1,15	1,4	1,6	1,8	1,95	2,1	—	—	—	—	—
	Пористом	0,85	1	1,1	1,2	1,35	1,5	1,65	1,8	—	—	—	—	—

Расчетное сопротивление бетона для предельных состояний второй группы $R_{b,ser}$ и $R_{bt,ser}$, МПа.

Таблица 1.3

Начальные модули упругости бетоны при сжатии и растяжении $E_b \cdot 10^{-3}$, МПа.

тепловой обработке при атмосферном давлении	16	19	20,5	24	27	29	31	32,5	34	35	35,5	36
Мелкозернистый групп А- Естественного твердения	15,5	17,5	19,5	22	24	26	27,5	28,5	—	—	—	—
Подвергнутый тепловой обработке при атмосферном давлении	14	15,5	17	20	21,5	23	24	24,5	—	—	—	—
Б- Естественного твердения	14	15,5	17	20	21,5	23	—	—	—	—	—	—
Подвергнутый тепловой обработке при атмосферном давлении	13	14,5	15,5	17,5	19	20,5	—	—	—	—	—	—
В- автоклавного твердения	—	—	16,5	18	19,5	21	22	23	23,5	24	24,5	25
Легкий при марке по средней плотности 1400	11	11,7	12,5	13,5	14,5	15,5	—	—	—	—	—	—
1600	12,5	13,5	14	15,5	16,5	17,5	18	—	—	—	—	—
1800	14	14,7	15,5	17	18,5	19,5	20,5	21	—	—	—	—
2000	16	17	18	19,5	21	22	23	23,5	—	—	—	—

Приложение II. Основные сведения об арматурных сталях

Расчетные сопротивления основных видов стержневой и проволочной арматуры для предельных состояний первой группы, МПа.

Вид арматуры	Вид сопротивления		
	Растяжению		Сжатию R_{sc}
	Продольной R_s	Поперечной (хомутов и отогнутых стержней) R_{sw}	
Стержневая арматура классов:			
A-I	225	175	225
A-II	280	225	280
A-III диаметром, мм			
6...8	355	285	355
10...40	365	290*	365
A-IV	510	405	400
A-V	680	545	400
A-VI	815	650	400
Проволочная арматура классов:			
Вр-I диаметром			
3-5	410	290**	375
В-II диаметром, мм:			
3	1250	1000	500
4-5	1170	940	500
6	1050	835	500
7	1000	785	500
8	945	730	500
Вр-II диаметром, мм:			
3	1250	1000	500
4-5	1170	940	500
6	1000	785	500
7	975	730	500
8	850	680	500
К-7 диаметром, мм:			
6-12	1250	1000	500
15	1180	945	500
К-19 диаметром, мм:			
14	1250	1000	500

Таблица 11.2

Нормативные сопротивления и модули упругости сосновых видов стержневой и проволочной арматуры, МПа

Вид арматуры	Нормативные сопротивления растяжению R_{sn} и расчетные сопротивления растяжению для предельных состояний второй группы R_s, R_{ser}	Модуль упругости арматуры E_s
Стержневая арматура классов:		
A-I	235	210 000
A-II	295	210 000
A-III	390	200 000
A-IV	590	190 000
A-V	785	190 000
A-VI	980	190 000
Проволочная арматура классов:		
Вр-I диаметром, :		
3-5	490	170 000
Вр-II диаметром, :		
3	1500	200 000
4-5	1400	200 000
6	1300	200 000
7	1200	200 000
8	1100	200 000
Вр-II диаметром, :		
3	1500	200 000
4-5	1400	200 000
6	1200	200 000
7	1100	200 000
8	1000	200 000
К-7 диаметром, :		
6-12	1500	180 000
15	1400	180 000
К-19 диаметром, мм:		
14	1500	180 000

Таблица 11.3
Нормативные и расчетные сопротивления новых классов арматуры для предельных состояний второй группы

Арматура классов	Номинальный диаметр арматуры, мм	Нормативные значения сопротивления растяжению $R_{s,n}$ и расчетные значения сопротивления растяжению для предельных состояний второй группы $R_{s,ser}$, МПа (кгс/см ²)
------------------	----------------------------------	---

Арматура классов	Номинальный диаметр арматуры, мм	Нормативные значения сопротивления растяжению $R_{s,n}$ и расчетные значения сопротивления растяжению для предельных состояний второй группы $R_{s,ser}$, МПа (кгс/см ²)
A240	6 - 40	240 (2450)
A300	10 - 40	300 (3050)
A400	6 - 40	400 (4050)
A500	6 - 40	500 (5100)
A540	20 - 40	540 (5500)
A600	10 - 40	600 (6100)
A800	10 - 40	800 (8150)
A1000	10 - 40	1000 (10200)
B500	3 - 12	500 (5100)
Bp1200	8	1200 (12200)
Bp1300	7	1300 (13200)
Bp1400	4; 5; 6	1400 (14300)
Bp1500	3	1500 (15300)
K1400 (K-7)	15	1400 (14300)
K1500 (K-7)	6; 9; 12	1500 (15300)
K1500 (K-19)	14	1500 (15300)

Таблица 11.4

Нормативные и расчетные сопротивления новых классов арматуры для предельных состояний первой группы

Арматура классов	Расчетные значения сопротивления арматуры для предельных состояний первой группы, МПа (кгс/см ²)		Арматура классов	Расчетные значения сопротивления арматуры для предельных состояний первой группы, МПа (кгс/см ²)	
	растяжению R_s	сжатию R_{sc}		растяжению R_s	сжатию R_{sc}
A240	215 (2200)	215 (2200)	B500	415 (4250)	360 (3650)
A300	270 (2750)	270 (2750)	Bp1200	1000 (10200)	400 (4100)
A400	355 (3600)	355 (3600)	Bp1300	1070 (10900)	-"
A500	435 (4450)	400 (4100)	Bp1400	1170 (11900)	-"
A540	450 (4600)*	200 (2000)	Bp1500	1250 (12750)	-"
A600	520 (5300)	400 (4100)	K1400	1170 (11900)	-"
A800	695 (7050)	-"	K1500	1250 (12750)	-"
A1000	830 (8450)	-"			

* Если при упрочнении вытяжкой арматуры класса A540 контролируется удлинение и напряжение арматуры, расчетное сопротивление растяжению R_s допускается принимать равным 490 МПа (5000 кгс/см²).

Таблица II.5

Расчетные площади поперечных сечений и масса арматуры

Сортамент стержневой арматуры и арматурной проволоки

Нормальный диаметр, мм	Расчетная площадь поперечного сечения стержневой арматуры и арматурной проволоки, мм ² , при числе стержней									Теоретическая масса 1м, кг	Сортамент арматуры						
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		A-I A-III	A-II	A-IV A-VI	A _т - IV _с A _т - V	A-V	B _p - 1	B-II B _p -II
3	7,1	14,1	21,2	28,3	35,3	42,4	49,5	56,5	63,6	0,055	—	—	—	—	—	+	+
4	12,6	25,1	37,7	50,2	62,8	75,4	87,9	100,5	113	0,099	—	—	—	—	—	+	+
5	19,6	39,3	58,9	78,5	98,2	117,8	137,5	157,1	176,7	0,154	—	—	—	—	—	+	+
6	28,3	57	85	113	141	170	198	226	254	0,212	+	—	—	—	—	—	+
7	38,5	77	115	154	192	231	269	308	346	0,302	—	—	—	—	—	—	+
8	50,3	101	151	201	251	302	352	402	453	0,395	+	—	—	—	—	—	+
10	78,5	157	236	314	393	471	550	628	707	0,617	+	+	+	+	+	—	—
12	113,1	226	339	452	565	679	792	905	1018	0,888	+	+	+	+	+	—	—
14	159,3	308	462	616	769	923	1077	1231	1385	1,208	+	+	+	+	+	—	—
16	201,1	402	603	804	1005	1206	1407	1608	1810	1,578	+	+	+	+	+	—	—
18	254,5	509	763	1018	1272	1527	1781	2036	2290	1,998	+	+	+	+	+	—	—
20	314,2	628	942	1256	1571	1885	2199	2513	2827	2,466	+	+	++	+	+	—	—
22	380,1	760	1140	1520	1900	2281	2661	3041	3421	2,984	+	+	+	+	+	—	—
25	490,9	982	1473	1963	2425	2945	3436	3927	4418	3,840	+	+	—	+	+	—	—
28	615,8	1232	1847	2463	3079	3695	4310	4926	5542	4,830	+	+	—	+	+	—	—
32	804,3	1609	2413	3217	4021	4826	5630	6434	7238	6,300	+	+	—	—	+	—	—
36	1017,9	2036	3054	4072	5089	6107	7125	8143	9161	7,990	+	+	—	—	—	—	—
40	1256,6	2513	3770	5027	6283	7540	8796	10053	11310	9,865	+	+	—	—	—	—	—

Таблица 11.6

Сортамент арматурных канатов класса К-7

Номиналь- ный диаметр, мм	Расчетная площадь поперечного сечения арматурных канатов, мм ² , при их числе									Теоре- тичес- кая масса 1 м, кг
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
6	22,7	45,4	68,1	90,8	113,5	136,2	158,9	181,6	204,3	0,172
9	51	102	153	204	255	306	357	408	459	0,402
12	90,6	181,2	271,8	362,4	453	543,6	634,2	724,8	815,4	0,714
15	141,6	283,2	424,8	566,4	708	849,6	991,2	1132,8	1274,4	1,116

Таблица 11.7

**Соотношение между диаметрами свариваемых стержней и минимальные
расстояния между стержнями в сварных сетках и каркасах,
изготавливаемых с помощью контактной точечной сварки**

Диаметр стержня одного направления, мм	3	6	8	10	12	14	16	18	20	22	25	28	32	36	40
Наименьший допустимый диаметр стержня другого направления, мм	3	3	3	3	3	4	4	5	5	6	8	8	8	10	10
Наименьшее допустимое расстояние между осями стержней одного направления, мм	50	50	75	75	75	75	75	100	100	100	150	150	150	200	200
То же, продольных стержней при двухрядном их расположения в каркасе, мм	-	40	40	40	50	50	50	50	60	60	60	70	70	80	80

Приложение 111. Таблицы для расчета изгибаемых и сжатых элементов.

111.1.Вспомогательная таблица для расчета изгибаемых элементов

ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m
0,01	0,995	0,01	0,31	0,845	0,262	0,61	0,695	0,424
0,02	0,99	0,02	0,32	0,84	0,269	0,62	0,69	0,428
0,03	0,985	0,03	0,33	0,835	0,267	0,63	0,685	0,432
0,04	0,98	0,039	0,34	0,83	0,282	0,64	0,68	0,435
0,05	0,975	0,049	0,35	0,825	0,289	0,65	0,675	0,439
0,06	0,97	0,058	0,36	0,82	0,295	0,66	0,67	0,442
0,07	0,965	0,068	0,37	0,815	0,302	0,67	0,665	0,446
0,08	0,96	0,077	0,38	0,81	0,308	0,68	0,66	0,449
0,09	0,955	0,086	0,39	0,805	0,314	0,69	0,655	0,452
0,1	0,95	0,095	0,4	0,8	0,32	0,7	0,65	0,455
0,11	0,945	0,104	0,41	0,795	0,326	0,72	0,64	0,461
0,12	0,94	0,113	0,42	0,79	0,332	0,74	0,63	0,466
0,13	0,935	0,122	0,43	0,785	0,338	0,76	0,62	0,471
0,14	0,93	0,13	0,44	0,78	0,343	0,78	0,61	0,476
0,15	0,925	0,139	0,45	0,775	0,349	0,8	0,6	0,48
0,16	0,92	0,147	0,46	0,77	0,354	0,85	0,575	0,489
0,17	0,915	0,156	0,47	0,765	0,36	0,9	0,55	0,495
0,18	0,91	0,164	0,48	0,76	0,365	0,95	0,525	0,499
0,19	0,905	0,172	0,49	0,755	0,37	1	0,5	0,5
0,2	0,9	0,18	0,5	0,75	0,375	—	—	—
0,21	0,895	0,188	0,51	0,745	0,38	—	—	—
0,22	0,89	0,196	0,52	0,74	0,385	—	—	—
0,23	0,885	0,204	0,53	0,735	0,39	—	—	—
0,24	0,88	0,211	0,54	0,73	0,394	—	—	—
0,25	0,875	0,219	0,55	0,725	0,399	—	—	—
0,26	0,87	0,226	0,56	0,72	0,403	—	—	—
0,27	0,865	0,234	0,57	0,715	0,407	—	—	—
0,28	0,86	0,241	0,58	0,71	0,412	—	—	—
0,29	0,855	0,243	0,59	0,705	0,416	—	—	—
0,3	0,85	0,255	0,6	0,7	0,42	—	—	—

Значение коэффициентов ξ_n и α_n для элементов из тяжелого бетона без предварительного напряжения

Коэффициент условий работы бетона γ_{b2}	Класс растянутой арматуры	Обозначение	Классы бетона							
			B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50
0,9	A-I	ξ_R	0.7	0.675	0.651	0.631	0.612	0.593	0.57	0.551
		α_R	0.455	0.477	0.439	0.432	0.425	0.417	0.407	0.339
	A-II	ξ_R	0.681	0.656	0.632	0.612	0.592	0.573	0.55	0.531
		α_R	0.449	0.441	0.432	0.425	0.417	0.409	0.399	0.39
	A-III($\emptyset 10-40$), B _p -I($\emptyset 4.5$)	ξ_R	0.654	0.628	0.604	0.583	0.564	0.544	0.521	0.503
		α_R	0.44	0.431	0.422	0.413	0.405	0.396	0.385	0.376
1,0	A-I	ξ_R	0.673	0.645	0.618	0.596	0.575	0.553	0.528	0.508
		α_R	0.446	0.437	0.427	0.419	0.410	0.4	0.389	0.379
	A-II	ξ_R	0.651	0.623	0.595	0.573	0.552	0.53	0.505	0.485
		α_R	0.439	0.429	0.418	0.409	0.399	0.39	0.378	0.367
	A-III($\emptyset 10-40$), B _p -I($\emptyset 4.5$)	ξ_R	0.619	0.59	0.563	0.541	0.519	0.498	0.473	0.453
		α_R	0.427	0.416	0.405	0.395	0.384	0.374	0.361	0.351

Значения ξ_R для преднапряженной арматуры

Таблица 111.3

σ_{sp}/R	Значения χ_R при растянутой арматуре классов									
	A540	A600	A800	A1000	Bp1200	Bp1300	Bp1400	Bp1500	K1400	K1500
1,2	0,93	0,56	0,58	0,60	0,62	0,63	0,65	0,66	0,63	0,65
1,1	0,86	0,53	0,54	0,55	0,56	0,56	0,57	0,57	0,55	0,56
1,0	0,80	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51	0,51	0,49	0,49
0,9	0,75	0,49	0,48	0,47	0,47	0,46	0,46	0,46	0,44	0,44
0,8	0,70	0,47	0,45	0,44	0,43	0,43	0,42	0,41	0,40	0,39
0,7	0,66	0,45	0,43	0,42	0,40	0,39	0,39	0,38	0,36	0,36
0,6	0,62	0,43	0,41	0,39	0,37	0,37	0,36	0,35	0,34	0,33
0,5	0,59	0,41	0,39	0,37	0,35	0,34	0,33	0,32	0,31	0,30

Примечания: 1. Для арматуры класса A540 значение χ_R вычислено при $R_s = 490$ МПа.

2. Предварительное напряжение σ_{sp} принимается с учетом всех потерь и коэффициента $\sigma_{sp} = 0,9$.

3. При подборе напрягаемой арматуры, когда неизвестно значение σ_{sp} , рекомендуется принимать $\sigma_{sp}/R_s = 0,6$.

Список литературы

1. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции. Общий курс. Учебник для вузов. -6-е изд., репринтное. -М.: ООО «Бастет». 2009г.-768с.
2. Кумпяк О.Г., Галяутдинов З.Р., Пахмурин О.Р., Самсонов В.С. Железобетонные и каменные конструкции. Учебник –М. Издательство АСВ. 2011. -672с.
3. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелого бетона (к СП52-102-2003). Москва 2005.
4. СП 63.13330.2018 (Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003).
5. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84) М.: ЦИТП, 1989-192с.
6. Бондаренко В.М., Суворин Д.Г. Железобетонные и каменные конструкции. Учебник для студентов вузов. М.: Высшая школа, 1987-384с.: ил.
7. Маилян Р.Л., Маилян Д.Р. Проектирование и расчет железобетонных конструкций. Учебное пособие:- Ростов на Дону, 1992,-121с.
8. Бородачев Н.А. Курсовое проектирование железобетонных и каменных конструкций в диалоге с ЭВМ. Учебное пособие. Издание второе, переработанное и дополненное. Самара. 2014г. -255с.
9. Бедов А.И., Габитов А.И. Проектирование, восстановление и усиление каменных и армокаменных конструкций. –М.: Издательство АСВ, 2006.-586с.
10. СП 15.13330.2012. Каменные и армокаменные конструкции. Актуализированная редакция СНиП 11-22-81*. –М.: ФАУ «ФЦС». 2012. -78с.
11. СП 20.13330.2018. Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция. СНиП 2.01.07-85.

